



אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
הפקולטה למדעי ההנדסה
המחלקה להנדסת מכונות

פיתוח ובקרה של כלי טיס עם כנפיים סובבות בעל יכולת תמרון מלאה

חיבור זה מהווה חלק מהדרישות
לקבלת התואר "מגיסטר" בהנדסה

מאת: אבי מנור



אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
הפקולטה למדעי ההנדסה
המחלקה להנדסת מכונות

פיתוח ובקרה של כלי טיס עם כנפיים סובבות בעל יכולת תמרון מלאה

חיבור זה מהווה חלק מהדרישות
לקבלת התואר "מגיסטר" בהנדסה

מאת: אבי מנור

מנחה: דר' אמיר שפירא

תאריך:

מחבר:

תאריך:

מנחה:

תאריך:

יו"ר ועדת מוסמכים:

תוכן עניינים

I	תקציר
1	1. הקדמה
3	2. סקר ספרות
5	3. מבנה
10	4. מודל דינאמי
10	4.1. אווירודינמיקה
12	4.2. מודל דינאמי מלא
15	4.3. מודל מפושט מרחבי
17	4.4. מודל מפושט מישורי
19	5. בקרה
19	5.1. בקרה למודל המישורי
23	5.2. בקרה למודל המלא
26	6. שערך מנח
31	7. תוצאות סימולציות נומריות
32	7.1. ייצוב מנח ללא בקרת מיקום
36	7.2. ייצוב ובקרת מיקום
41	7.3. סיכום תוצאות הסימולציה
42	8. ניסויים
42	8.1. מערכת הניסוי
42	8.2. כלי טיס
44	8.3. מערכת עקיבה מבוססת מצלמות
46	8.4. ארכיטקטורת הבקרה של מערכת הניסוי
47	8.5. אפיון מערכת הניסוי – זיהוי פרמטרים באמצעות מדידה
53	8.6. תוצאות ניסויים
58	8.7. סיכום פרק הניסויים
60	9. סיכום ומסקנות
62	ביבליוגרפיה
65	נספח – פיתוח משוואות התנועה למודל מישורי

רשימת איורים

2	איור 1 – מבנה עקרוני של FAR
3	איור 2 – מבנה עקרוני של quadrotor
6	איור 3 – מבנה ומערכות צירים
6	איור 4 – יחידת הנעה הכוללת כנפון – מבט מקצה הקורה הנושאת
8	איור 5 – אופן פעולת כניסת הבקרה u_6
11	איור 6 – התנהגות אופיינית של הפרמטרים של הכנף כתלות בזווית ההתקפה
17	איור 7 – תרשים עקרוני של המערכת המישורית וכוחות הדחף
28	איור 8 – דיארמת מלבנים של אלגוריתם AHRS, מבוסס complementary filter
31	איור 9 – סימולטר MATLAB Simulink של ה-FAR
33	איור 10 – תוצאות סימולציה ללא ייצוב מקום – השוואה בין מודל אידיאלי למודל עם אילוץ רוויה
34	איור 11 – תוצאות סימולציה ללא ייצוב מקום עם תנאי התחלה קיצוני
35	איור 12 – תוצאות סימולציה ללא ייצוב מקום לאחר עדכון מקדמי הבקר
37	איור 13 – תנאי התחלה של המקום שונים מאפס
38	איור 14 – ייצוב מקום במהלך תמרון גלגול
39	איור 15 – תנאי התחלה על המנח הגורמים לתנועה מרחבית
40	איור 16 – תנאי התחלה שונים מאפס על המנח והמקום יחד
41	איור 17 – הפרעה בזווית הגלגול
42	איור 18 – מבנה מערכת הניסוי
43	איור 19 – המערכת בעת עריכת ניסוי
44	איור 20 – יחידת הנעה במערכת הניסוי
45	איור 21 – מערכת הניסוי – מערכת הבקרה והשליטה ויחידת הנעה
45	איור 22 – דוגמא למיקום מצלמות סביב זירת ניסוי
46	איור 23 – תמונת מסך יישום מבוסס PC
46	איור 24 – ארכיטקטורת הבקרה במערכת הניסוי
48	איור 25 – תצורת מוטלת למדידת הפרמטרים של ה-FAR
49	איור 26 – תוצאות המדידה באמצעות מוטלת
50	איור 27 – מתקן למדידת אופיין יחידת ההנעה
51	איור 28 – הקשר בין המהירות הזוויתית בריבוע לבין הדחף
51	איור 29 – הקשר בין אות הפיקוד למנוע לבין הדחף
54	איור 30 – תוצאות ניסוי ייצוב מקום
55	איור 31 – תגובה להפרעה עם משטחי היגוי
55	איור 32 – הכנסת הפרעה (perturbation) בזווית הגלגול
56	איור 33 – תגובה להפרעה ללא משטחי היגוי
57	איור 34 – שינוי מדרגה בנקודת ההתכנסות של המקום
58	איור 35 – ייצוב מקום במהלך תמרון גלגול
65	איור 36 – המערכת המישורית וכוחות הדחף

רשימת טבלאות

32	טבלה 1 – הפרמטרים של המערכת בסימולציה.....
35	טבלה 2 – מקדמים מעודכנים לבקר המנח.....
36	טבלה 3 – הפרמטרים של המערכת בסימולציה.....
48	טבלה 4 – נתוני מערכת המדידה.....
48	טבלה 5 – תוצאות חישוב מומנט אינרציה.....
50	טבלה 6 – תוצאות מדידת אופיין יחידת הנעה.....
52	טבלה 7 – סיכום הפרמטרים של כלי הטיס.....
54	טבלה 8 – סיכום תוצאות ניסוי ייצוב מקום.....

תקציר

עבודה זו מציגה פיתוח של כלי טיס מסוג Fully Actuated Rotorcraft (FAR). ה-FAR הוא כלי טיס בעל ארבעה רוטורים הדומה במבנהו ל-quadrotor, בתוספת של משטחי היגוי ומפעילים (actuators) באופן המאפשר הסרת הצימוד האופייני בין דרגות החופש ב-quadrotor ויצירת כלי טיס שהוא בעל הפעלה מלאה. בעת כתיבת העבודה לא נמצא בספרות תיעוד של כלי טיס מרחף בעל הפעלה מלאה (fully actuated). למסוק בעל הפעלה מלאה יתרונות של ממש בהתמודדות עם הפרעות וביכולת התמרון על פני מסוקים שאינם כאלה ומכאן חשיבותו הרבה. המבנה שפותח בתוספת המודל הדינאמי והבקרה הוא חדשני וייחודי לעבודה זו. העבודה מציגה סקר ספרות, פיתוח מודל ומערכת בקרה, סימולציות וניסויים.

פיתוח המודל הדינאמי המלא של ה-FAR מבוסס על ניתוח אנליטי ניוטוני של משוואות הגוף הקשיח, הוספת מודל אווירודינאמי המתאר את התנהגות הרוטורים ומשטחי ההיגוי ומודל אלקטרו-מכאני לתיאור הדינאמיקה של יחידות ההנעה. המודל הדינאמי המלא עבר פישוט, באמצעות קירובים והנחות ובהמשך ניוון למודל מישורי באמצעות אילוצו למישור. המודל המישורי שפותח מאפשר הבנה אינטואיטיבית ומעמיקה של האופן בו מתרחשת הדינאמיקה של ה-FAR וכיצד ניתן לפתח בקרה עבורו. באמצעות המודל הדינאמי המישורי פותחה הבנה של המבנה הלא ליניארי של משוואות התנועה של ה-FAR ונוסחה הדרך להתמודדות עימו באמצעות בקרה מתוך התבוננות בביטויים הפשוטים והקצרים יחסית של מודל זה בהשוואה למודל המלא.

מערכת הבקרה עבור ה-FAR פותחה בשני שלבים: הראשון, פיתוח בקרה למודל המישורי המפושט תוך שימוש בשיטות של ליניאריזציה (feedback linearization); והשני, פיתוח בקרה למודל המפושט המלא. פיתוח הבקרה למודל המלא התבסס על התובנות שנרכשו במהלך פיתוח הבקרה למודל המישורי. בשני השלבים של פיתוח מערכת הבקרה נמצאה נקודת שיווי המשקל של המערכת בחוג סגור והוכחה יציבות המערכת בנקודה זו.

לצורך בדיקת הביצועים של מערכת הבקרה על המודל הדינאמי הלא ליניארי של ה-FAR פותח סימולטור ממוחשב של כלי הטיס. בעזרת הסימולטור נבחנו התנהגות המודל הלא ליניארי של ה-FAR, תחת השפעת חוג הבקרה, ויציבות המערכת בתחום תנאים דומה לצפוי בטיסה. מבחנים אלו נערכו עם מגוון תנאי התחלה ולאחר הכנסתן של תכונות לא ליניאריות אשר לא הובאו בחשבון במודל האנליטי. תוצאות הסימולציות הנומטריות מלמדות על יציבות המערכת בטווח רחב של תנאי טיסה על אף השפעת התכונות שלא נכללו במודל המתמטי האנליטי.

בשלב האחרון של המחקר פותחה מערכת ניסוי מקיפה ובוצעו מגוון ניסויי טיסה המדגימים את היתכנותו של כלי טיס מסוג זה. ייעוד מערכת הניסוי הוא ביצוע ניסויים להדגמת פעולת הבקר על פלטפורמה ממשית (real world) ובנוסף ניתן בעזרתה לבצע מדידות לצורך זיהוי הפרמטרים של כלי הטיס. הניסויים שבוצעו אף מאפשרים להשוות בין הסימולציה של המודל האנליטי לבין מערכת הניסוי וכן השוואה בין כלי טיס מסוג quadrotor לבין FAR. תוצאות הניסויים מראות את ביצועי מערכת הבקרה

II

גם תחת מגוון הפרעות (perturbation) במיקום ובזוויות ההטיה של כלי הטיס. נוסף על כך, מדגימה מערכת הניסוי את התכונות המבדילות מערכת ממשית ממערכת אידיאלית או מדומה (סימולציה), כגון השפעת תכונות המפעילים (דינאמיקה, תחום פעולה), זמני התגובה של התוכנה וקצב הדגימה על ביצועי המערכת. תוצאות הניסויים מאמתות את הניתוח האנליטי שנערך, דומות לתוצאות הסימולציה ואף מאשרות כי הבקר שפותח מייצב את המערכת בטווח התנאים בו בוצעו ניסויי הטיסה. ממצאי המחקר מלמדים כי אפשר לבנות כלי טיס שהוא מופעל מלא (fully actuated) בטווח זוויות מנח שהוא רחב דיו על מנת שיהיה לו יתרון תפעולי על פני כלי טיס אחרים וחושפים תובנות על המבנה של ה-FAR, המאפיינים הטכניים שלו והפרטים האנליטיים בהם יש לעסוק בעת תכנונו ובנייתו.

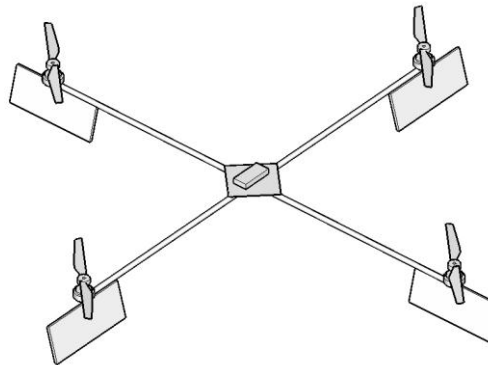
1. הקדמה

כלי טיס בלתי מאוישים (כטב"מ) תופסים מקום הולך וגדל וממלאים תפקיד בתחומים רבים. משימות רבות המבוססות על צילום מהאוויר, שבעבר בוצעו על ידי כלי טיס מאוישים, מבוצעות כעת במקומות שונים בעולם באמצעות כטב"מ. הגורמים לכך דומים לסיבות המקדמות את השימוש ברובוטיקה בכל תחום, המובילה שבהן היא צמצום הסיכון הכרוך בביצוע עבודות רוטיניות בסיכון גבוה ובעלות גבוהה. בתחום האזרחי כטב"מ מבצעים משימות רבות, בהן: ניטור עומס בדרכים (traffic surveillance), ניטור זיהום אוויר (air pollution monitoring), סקרי שטח ויישומים חקלאיים. בתחום הצבאי כטב"מ משמשים למשימות מודיעין וקרב במאפייני משימה מגוונים. יכולת ההמראה והנחיתה האנכיים וכן יכולת הריחוף של מסוקים מקנים להם יתרון רב, על פני כלי טיס בעלי כנף קבועה, בביצוע משימות רבות ובהן בין השאר כאלו בהן נדרשת שהייה בנקודה קבועה כגון ביקורת מבנים וביצוע משימות בחללים סגורים. על מנת למלא משימות מסוג זה בהצלחה נדרש כלי הטיס להיות בעל יכולת תמרון גבוהה וחסינות מפני הפרעות חיצוניות.

למסוק הקלאסי רוטור ראשי ורוטור זנב אך קיימות גם תצורות אחרות המבוססות על עיקרון פעולה דומה כגון כאלה בעלות שני רוטורים האחד מאחורי השני או שני רוטורים עם ציר משותף (קואקסיאליים). מסוקים אלו כוללים התקן מכאני מורכב (swashplate) שמטרתו שינוי זווית ההתקפה של להבי הרוטור באופן מחזורי על מנת להפיק מומנט להטיית המסוק [7]. ה-quadrotor הוא מסוק מסוג שונה, הוא בנוי מארבעה רוטורים בעלי פסיעה קבועה המותקנים על פלטפורמה בצורת צלב. מבחינה מכאנית מערכת ה-quadrotor פשוטה באופן משמעותי בהשוואה למסוקים אחרים ובנייתה מתאפשרת בשנים האחרונות בשל בשלות הפיתוח הטכנולוגי של סוללות עם צפיפות אנרגיה גבוהה, מנועים חשמליים יעילים וזולים וחיישנים מבוססי טכנולוגיית MEMS. מערכות quadrotor משלבות פשטות מכאנית עם התנהגות דינאמית לא ליניארית ומספקות אתגר מבחינת בקרה. הואיל וכך מערכות אלה נחקרו באופן נרחב ועדיין מהוות קרקע פורייה למחקר. בהתאם לכך, מתועדים בספרות לא מעט מחקרים המתארים את המודל של ה-quadrotor ויישום של שיטות בקרה שונות על פלטפורמה מסוג זה, החל מהבקרים הבסיסיים ביותר מסוג PD ועד לשימוש בשיטות הבקרה העדכניות ביותר דוגמת H_∞ (ראו סקר ספרות). בדומה למסוקים אחרים ה-quadrotor הוא מערכת תת-מופעלת (under-actuated), כלומר ישנן מספר כניסות בקרה קטן ממספר דרגות החופש ולכן יש צימוד בין דרגות החופש של המערכת.

בעבודה זו פותח כלי טיס מסוג Fully Actuated Rotorcraft (FAR). זהו quadrotor עם תוספת של מפעילים (actuators) באופן המאפשר הסרת הצימוד האופייני בין דרגות החופש של ה-quadrotor ויצירת כלי טיס שהוא בעל הפעלה מלאה. בעת כתיבת העבודה לא נמצא תיעוד בספרות של כלי טיס מרחף בעל הפעלה מלאה (fully actuated). למסוק בעל הפעלה מלאה יתרונות בהתמודדות עם הפרעות וביכולת התמרון על פני מסוקים שאינם כאלה ומכאן חשיבותו הרבה. המבנה שפותח בתוספת המודל הדינאמי והבקרה הינם חדשניים וייחודיים לעבודה זו.

בעבודה יוצגו ניתוח המודל של כלי הטיס, תכונותיו והתכנון של הבקר לייצוב שש דרגות החופש. למבנה המוצע שני יתרונות: (1) ביטול הצימוד בין דרגות החופש; (2) הרחבת "מרחב העבודה" מבחינת מומנטים, כלומר ל-FAR יכולת להפיק מומנטים באופן שרירותי בתצורות בהן quadrotor רגיל אינו יכול. התכונות הנ"ל נוצרות ב-FAR באמצעות הענקת דרגת חופש נוספת לכל אחד מהמנועים המאפשר הטיה של הדחף. מבחינה מעשית ניתן לממש דרגת חופש זו באמצעות משטח היגוי (כנפון) המאפשר הטיית הדחף סביב ציר אחד (באיור 1 מוצג המבנה העקרוני של מערכת ה-FAR). לכאורה נראה כי נוספו ארבע כניסות בקרה אך למעשה יוצגו הן מבנה מכאני והן מערכת בקרה היוצרים יחד אפשרות לבקרה על שש דרגות החופש ללא צימוד.



איור 1 – מבנה עקרוני של FAR

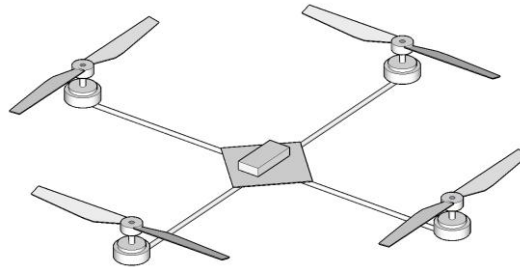
מטרת העבודה היא פיתוח כלי טיס מסוג FAR, לצורך כך הוגדרו שלוש מטרות משנה: (1) פיתוח מודל דינאמי ובקר למערכת מטיפוס FAR; (2) בחינת פעולת הבקרה על המודל שתוכנן באמצעות סימולציה; (3) אימות התוצאות שהתקבלו באמצעות מערכת ניסוי מלאה.

פרק 2 סוקר עבודות העוסקות ב-quadrotor המשמשות השראה לעבודה זו ומציג את היקף העיסוק המחקרי ב-quadrotor. פרק 3 מציג את המבנה המכאני של ה-FAR. פרק 4 מפרט את המודל האנליטי של ה-FAR ושל המפעילים (actuators) שלו וכן מודל ממושט המבוסס על הנחות וקירוב של המודל המלא. בנוסף מוצג מודל מנוון של מערכת המאולצת למישור. פרק 5 מציג את פיתוח הבקרה של ה-FAR בשני שלבים. בשלב הראשון, פיתוח בקר למערכת המודל המישורי המנוון ובשלב השני, פיתוח בקר למודל המערכת המלא שהוצג בפרק 4 על בסיס המודל הממושט והתובנות שהופקו בשלב הראשון. פרק 6 סוקר את נושא שערך המנח (אוריינטציה זוויתית) של כלי הטיס. אף על פי שאין זה נושא בו עוסקת העבודה באופן ישיר חשוב להציגו מכיוון שהוא נמצא בלב מערכת הבקרה של כלי הטיס. פרק 7 מציג תוצאות סימולציות נומריות של ה-FAR עם הבקר שפותח. הפרק דן גם באפקטים שהוזנחו בעת ביצוע הניתוח ופיתוח הבקרה ומשלב את האפקטים האלו בסימולציה. פרק 8 מציג מערכת ניסוי, תהליך זיהוי מערכת ותוצאות ניסויים שבוצעו עם כלי טיס מסוג FAR. הסיכום והמסקנות יפורטו בפרק 9. ככל הידוע עבודה זו מציגה לראשונה כלי טיס מרחף בעל הפעלה מלאה ובכך תרומתה.

2. סקר ספרות

סקר הספרות עוסק במודל ה-quadrotor לנוכח הדמיון הרב בינו לבין מודל ה-FAR העומד במרכז מחקר זה. סקר הספרות בנושא ה-quadrotor שימש תשתית לניתוח מודל ה-FAR ולבניית מערכת הבקרה עבורו.

ה-quadrotor הוא מערכת תת-מופעלת (under actuated), בעלת ארבעה מפעילים לעומת שש דרגות חופש, עם צימוד בין דרגות החופש. יתרונה העיקרי של המערכת, בהשוואה למסוקים אחרים, הוא מבנה מכאני פשוט וסימטרי (איור 2). ל-quadrotor ארבעה רוטורים עם פסיעה קבועה, הדחף שמספקים הרוטורים מייצר עילוי ומומנטים המשפיעים על זוויות הגלגול והעלרוד. בנוסף יוצרים הרוטורים מומנט כנגד האוויר המשפיע על זווית הסבסוב. הרוטורים מופעלים בזוגות כאשר כל זוג ממוקם לאורך אחד מצירי המערכת ומסתובב בכיוון הפוך לכיוון הסיבוב של הזוג השני. מבנה זה מאזן סטאטית מבחינת כוחות ומומנטים והמערכת יכולה להגיע למצב של ריחוף יציב על ידי איזון הכוחות והמומנטים. יחד עם זאת הכוחות המתנגדים לתנועת הכלי (חיכוך אווירודינאמי) קטנים מאוד כך שתגובת המערכת להיעדר איזון בכוחות או במומנטים זריזה. הצימוד במערכת גורם לכך שכמעט שלא ניתן לגרום לתנועה באחת מדרגות החופש ללא שתיווצר תנועה באחת או יותר מדרגות החופש האחרות. תכונה זו מספקת אתגר משמעותי בתכנון מערכת הבקרה. משמעות הצימוד היא ששינוי במהירות של אחד הרוטורים יגרום לתנועה בלפחות שלוש דרגות חופש. לדוגמה הפחתת מהירות הסיבוב של הרוטור הימני תגרום לגלגול ימינה הנובע מהיעדר האיזון בדחף, לסבסוב בשל חוסר האיזון במומנטים בין זוג המנועים הימני-שמאלי לזוג הקדמי-אחורי ולתנועה מרחבית ימינה מאחר שהדחף מוטה לכיוון ימין.



איור 2 – מבנה עקרוני של quadrotor

כפי שצוין הרוטורים מופעלים בזוגות, כאשר מעוניינים בעלרוד או בגלגול יוצרים הפרש במהירות הסיבוב של שני הרוטורים המותקנים בניצב לציר המתאים. לדוגמה, להטיית הכלי לפנים יש להגביר את מהירות הסיבוב של הרוטור האחורי ולהפחית במידה שווה את מהירות הסיבוב של הרוטור הקדמי, כך שסך הכוח המופק עבור עילוי וסך מומנט הסבסוב נשאר קבוע. מומנט סבסוב לעומת זאת מושג בדרך שונה. במקרה זה כוח הדחף של המנועים אינו משפיע אלא המומנט האווירודינאמי הריאקטיבי. מכיוון שזוגות הרוטורים סובבים בכיוונים מנוגדים, המומנט הריאקטיבי של זוג אחד מבטל את זה של האחר. הפחתת מהירות הסיבוב של זוג אחד והגברת המהירות בזוג האחר תשמר את כוח העילוי המופק אבל תפר את האיזון של המומנט הריאקטיבי – מצב שיוביל לסבסוב. תכונה נוספת, עליה יש לתת את הדעת, היא שמערכת הדחף (מנוע ורוטור) ב-quadrotor מהסוג המתואר כאן אינה בנויה לאפשר יצירת דחף

שלילי. תכונה זו מוסיפה מגבלות על מערכת הבקרה כך שבמצבים מסוימים היא לא תוכל להפיק מומנטים באופן שרירותי. כלומר, דרישה לתמרון כלשהו עלולה לגרום לאובדן היכולת להפיק מומנט סביב ציר אחד או יותר. לדוגמה, במצב בו כל הרוטורים אינם מסתובבים לא ניתן להאיץ רוטור אחד (או זוג) ולהפחית את מהירות השני ודרישה לתמרון בסבוב חריף עשויה לגרום לעצירת זוג אחד של רוטורים ולאיבוד היכולת להפיק מומנט סביב אחד הצירים (גלגול או עלרוד).

מבחר תחומי מפתח משמשים מוקדים למחקר בנושא ה-quadrotor, בהם: (1) בניית המודל של כלי הטיס; (2) שיערוך המנח והמקום; (3) פיתוח הבקרה; (4) בניית המסלול (Trajectory) והמעקב אחריו. באופן יחסי ישנן מעט עבודות מחקר המוקדשות למבנה של כלי הטיס ולאפקטים האווירודינמיים המשפיעים עליו אם כי יש התייחסות מסוימת לנושאים אלו גם בעבודות מתחומים אחרים. חלק זה של הסקירה יציג כמה מעבודות המחקר שפורסמו בתחומים שצוינו לעיל.

עבודת מחקר נרחבת נערכה על ידי Bouabdallah שסקר את מערכות ה-State of the Art במחקרים שנעשו בעשור שקדם לשנת 2007 [3]. כמו-כן עבודתו עסקה בתחומים הבאים: (1) פיתוח מודל פשוט ומורחב של כלי הטיס; (2) פיתוח בקרים ליניאריים מטיפוס PID ו-LQ; (3) פיתוח בקרים לא ליניאריים בעזרת שיטות Sliding mode, Back Stepping ו-Integral Back Stepping; (4) השוואה בין הביצועים של הבקרים השונים [3, 4, 5]; (5) תכנון אופטימאלי של כלי הטיס.

במחקרם של Castillio et al. פותח המודל של כלי הטיס ובוצעה השוואה בין ביצועיו של בקר ליניארי מטיפוס LQR לבין ביצועיו של בקר לא ליניארי [7]. דוגמאות נוספות למגוון הרחב של העבודות בתחום הבקרה הן עבודתם של Coza et al. העוסקת בבקרה באמצעות לוגיקה עמומה [8] ועבודתם של Mahony et al. המציגה טיפול בשערוך המנח ובבקרה באופן מצומד [19]. שיפור של המודל מופיע בעבודתם של Kendoul et al. המציגים טיפול בבקרה עם שימוש במודל מדויק של מערכת ההנעה על ידי הוספת רוויה של מערכת ההנעה למודל [17].

Hoffman et al. ערכו בדיקה מקיפה תיאורטית וניסויית של האפקטים האווירודינמיים, השפעתם על המודל והכנסת שיפורים לבקרה בעקבות הבנת המודל [14]. בנוסף פרסמה קבוצה זו עבודה בנושא עקיבה אחרי מסלול [15]. חשוב לציין גם את Raffo et al. העוסקים בבקרה לא ליניארית ובפיתוח בקרה בשיטת H_∞ [26, 27], את Mian and Wang העוסקים בבניית המודל ובבקרה לא ליניארית תוך שימוש ב-exact feedback linearization [21, 22] ואת Lee et al. Lee et al. מציגים ביצוע של תמרונים מורכבים באמצעות בקר לא ליניארי המבצע מעבר בין אופני עקיבה שונים, עקיבה אחרי – מנח, מיקום ומהירות בהתאם למקום במסלול התמרון [18].

Bristeau et al. ו-Pounds et al. פרסמו מחקרים בתחום מבנה כלי הטיס ובעיקר בנוגע לאפקטים האווירודינמיים הפועלים על הרוטורים [6, 25]. Bristeau et al. מציגים במחקרם את האפקטים הנובעים מגמישות הרוטור וכיצד הם משפיעים על פרמטרים שונים בזמן הטיסה ומחקרם של Pounds et al. עוסק בקביעת תכונת הנפנוף של להבי הרוטור על מנת לשפר את היציבות של כלי הטיס. מסקנתם של Bristeau et al. היא שברוב המקרים אפקטים אלו ניתנים להזנחה.

3. מבנה

פרק זה מציג את סידור המבנה של ה-FAR במרחב ומפרט הגדרות עבור מערכות הצירים של העולם והגוף, הגדרה של מטריצת המעבר בין מערכות הצירים והגדרות לכוחות ולמומנטים המופקים על ידי יחידות ההנעה האידיאליות של ה-FAR. בנוסף מפורטות הגדרות לסידור כניסות בקרה ספציפי ל-FAR והסבר אינטואיטיבי לבחירה של סידור זה. הגדרות אלו ישמשו במהלך העבודה לניסוח משוואת הקינמאטיקה, הדינאמיקה ולניסוח הפורמלי של הבקרה.

FAR הוא quadrotor עם תוספת של דרגות חופש המאפשרות הטיית הדחף של המנועים. איור 3 מציג את מבנה ה-FAR יחד עם מערכות הצירים של העולם (האינרציאלית) וזו הצמודה לגוף, מערכות הצירים מסומנות E ו- B בהתאמה. בנוסף נגדיר זוויות סיבוב סביב הצירים של מערכת העולם ומערכת הגוף ונסמן אותן Θ, Φ, Ψ ו- θ, ϕ, ψ בהתאמה למערכות הצירים ולצירים בתוכן. נגדיר כי עלרוד הוא תנועה סביב ציר x , גלגול הוא תנועה סביב ציר y וסבסוב הוא תנועה סביב ציר z . נגדיר את וקטור המהירות הזוויתית במערכת הגוף.

$$\Omega = [\Omega_1 \quad \Omega_2 \quad \Omega_3]^T = [\dot{\theta} \quad \dot{\phi} \quad \dot{\psi}]^T$$

נגדיר מטריצת סיבוב (רוטציה) R מ- B ל- E השייכת ל- $SO(3)$ המתארת את המנח (האוריינטציה הזוויתית) של ה-FAR ביחס למערכת העולם באמצעות שלושה סיבובים עוקבים סביב הצירים של הגוף לפי הסדר גלגול, עלרוד וסבסוב. גודל הסיבוב הוא θ, ϕ, ψ סביב כל אחד מהצירים בהתאמה. לצורך הצגת המטריצה R נשתמש בסימון C ובסימון S לציין את $\cos(\bullet)$ ואת $\sin(\bullet)$:

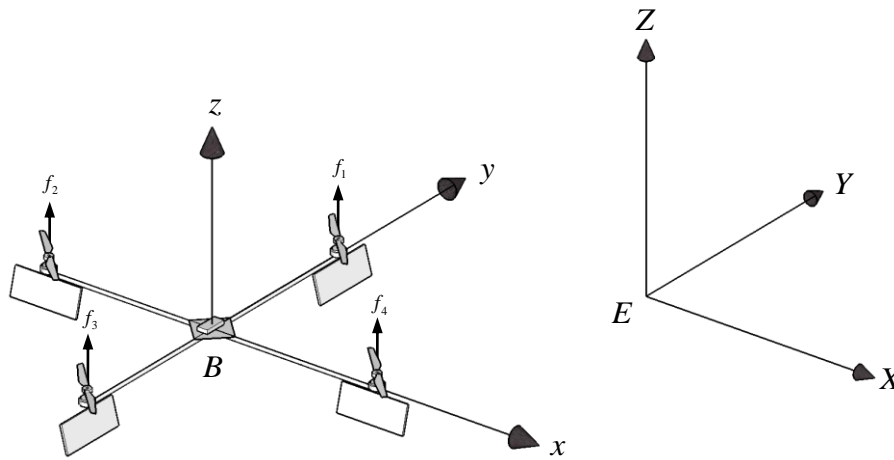
$$\begin{aligned} R &= \begin{bmatrix} C_\psi & -S_\psi & 0 \\ S_\psi & C_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_\theta & 0 & S_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S_\theta & 0 & C_\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_\phi & -S_\phi \\ 0 & S_\phi & C_\phi \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} C_\theta C_\psi & C_\psi S_\phi S_\theta - C_\phi S_\psi & C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi \\ C_\theta S_\psi & C_\phi C_\psi + S_\phi S_\theta S_\psi & C_\phi S_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi \\ -S_\theta & S_\phi C_\theta & C_\phi C_\theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

המנועים ומפעילי הטיית הדחף ממוקמים באופן סימטרי בקצה שתי קורות הניצבות זו לזו כמתואר באיור 3. נניח כי מרכז המסה נמצא במרכז הסימטריה של המבנה. בשל הסימטריה מטריצת האינרציה I_f אלכסונית, כאשר איברי המטריצה שאינם שווים לאפס הם $I_{x,y,z}$ המומנטים של האינרציה סביב הצירים x, y, z בהתאמה.

מבנה יחידות ההנעה מאפשר הטיית דחף המנוע סביב ציר הקורה עליה מותקנת יחידת ההנעה. מבחינה מעשית, ניתן לממש דרגת חופש זו באופן שצוין בהקדמה ולשנות את כיוון זרימת האוויר של יחידת

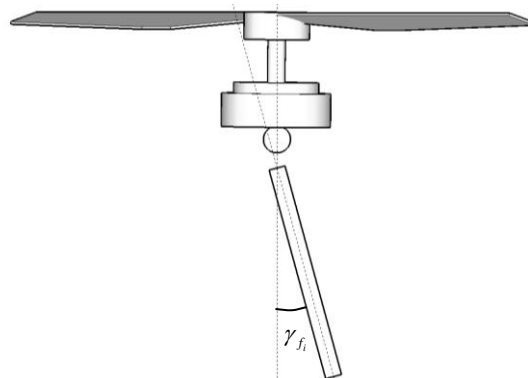
ההנעה באמצעות משטח היגוי (כנפון)¹. נמספר את יחידות ההנעה מ-1 עד 4 ונסמן את עוצמת הדחף המופק על ידי יחידת הנעה ה- i כ- f_i (ראה איור 3) ואת זווית הטיית הכנפון סביב הציר לאורכו הוא מותקן נסמן ב- γ_{f_i} כמתואר באיור 3. נסמן את המרחק בין מנוע למנוע לאורך הקורה ב- a ונגדיר את וקטור המקום של כל יחידת הנעה בהתאמה לאיור 3.

$$r_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{a}{2} \\ 0 \end{Bmatrix}; r_2 = \begin{Bmatrix} -\frac{a}{2} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}; r_3 = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\frac{a}{2} \\ 0 \end{Bmatrix}; r_4 = \begin{Bmatrix} \frac{a}{2} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$



איור 3 – מבנה ומערכות צירים

נגדיר את R_{f_i} מטריצת הרוטציה של כל כוח יחסית למערכת הגוף. R_{f_1} ו- R_{f_3} פועלות סביב ציר y ובעלות צורה זהה ולכן הן מוצגות יחדיו תחת הסימון $R_{f_{1,3}}$ עם הזוויות $\gamma_{f_{1,3}}$, באופן דומה מוצגת גם המטריצה $R_{f_{2,4}}$ עבור R_{f_2} ו- R_{f_4} עם הזוויות $\gamma_{f_{2,4}}$ עבור תנועה סביב ציר x של הגוף.



איור 4 – יחידת הנעה הכוללת כנפון – מבט מקצה הקורה הנושאת

γ_{f_i} – זווית הטיית הכנפון

¹ הכנפון יוצר קירוב להטיה טהורה של הדחף תחת ההנחה שהזרימה למינרית וצמודה לכנפון. מלבד שינוי בכיוון של זרימת האוויר, הכנפון יוצר גם התנגדות לזרימת האוויר וגם כוח עילוי בדומה לכנף.

$$R_{f_{1,3}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\gamma_{f_{1,3}}) & -\sin(\gamma_{f_{1,3}}) \\ 0 & \sin(\gamma_{f_{1,3}}) & \cos(\gamma_{f_{1,3}}) \end{pmatrix}; R_{f_{2,4}} = \begin{pmatrix} \cos(\gamma_{f_{2,4}}) & 0 & \sin(\gamma_{f_{2,4}}) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\gamma_{f_{2,4}}) & 0 & \cos(\gamma_{f_{2,4}}) \end{pmatrix}$$

נסכם את הביטויים לכוחות ולמומנטים במערכת הגוף הנובעים מהדחף שמספקות יחידות ההנעה:
וקטור סיכום הכוחות –

$$\vec{f} = \sum_{i=1}^4 f_i R_{f_i} z \quad (2)$$

וקטור סיכום המומנטים –

$$\tau_f = \sum_{i=1}^4 r_i \times (f_i R_{f_i} z) \quad (3)$$

נגדיר שש כניסות בקרה:

נסמן את u_1 בתור סך הדחף בכל אחד מהזוגות $f_{1,3}$ ו- $f_{2,4}$ ונאלץ –

$$u_1 = f_1 + f_3 = f_2 + f_4 \quad (4)$$

בחירה שונה של היחס בין סך הדחף בזוג $f_{1,3}$ לסך הדחף בזוג $f_{2,4}$ תגרום להופעת מומנט סבסוב עקב חוסר איזון במומנטים הריאקטיביים שמייצרים הרוטורים ומומנטים ג'ירוסקופיים בתנועה זוויתית עקב חוסר איזון במהירויות הסיבוב של הרוטורים.

u_2 ההפרש בין הדחף של יחידות ההנעה המותקנות לאורך ציר x , כאשר הפרש זה שונה מאפס נוצר מומנט סביב ציר y של ה-FAR.

$$u_2 = f_2 - f_4 \quad (5)$$

u_3 ההפרש בין הדחף של יחידות ההנעה המותקנות לאורך ציר y , כאשר הפרש זה שונה מאפס נוצר מומנט סביב ציר x של ה-FAR.

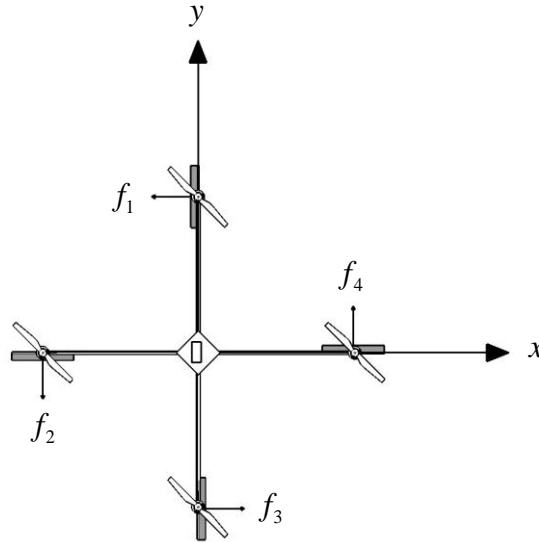
$$u_3 = f_1 - f_3 \quad (6)$$

נגדיר את γ_1 הזווית הממוצעת של הטיית הכוחות f_1 ו- f_3 סביב ציר y של הגוף, כאשר γ_1 שונה מאפס הדחף הנוצר בזוג $f_{1,3}$ מקבל רכיב לאורך ציר x של ה-FAR, נגדיר בהתאמה את כניסת הבקרה

u_4 .

$$\gamma_1 = \frac{\gamma_{f_1} + \gamma_{f_3}}{2} \quad (7)$$

$$u_4 = \gamma_1$$



איור 5 – אופן פעולת כניסת הבקרה u_6

נגדיר את γ_2 הזווית הממוצעת של הטיית הכוחות f_2 ו- f_4 סביב ציר x של הגוף, כאשר γ_2 שונה מאפס הדחף הנוצר בזוג $f_{2,4}$ מקבל רכיב לאורך ציר y של ה-FAR, נגדיר בהתאמה את כניסת הבקרה u_5 .

$$\gamma_2 = \frac{\gamma_{f_2} + \gamma_{f_4}}{2} \quad (8)$$

$$u_5 = \gamma_2$$

נגדיר את γ_3 זווית הפיתול סביב ציר z , זוהי הטיה הפרשית משותפת של הכוחות $f_{1,2,3,4}$ כך שמתקבל רכיב הפועל נגד כיוון השעון סביב ציר z (ראה איור 5). כאשר γ_3 שונה מאפס הטיית $f_{1,2,3,4}$ גורמת להופעת מומנט סביב ציר z של ה-FAR, נגדיר בהתאמה את כניסת הבקרה u_6 .

$$\gamma_3 = \frac{\gamma_{f_1} - \gamma_{f_3} + \gamma_{f_2} - \gamma_{f_4}}{4} \quad (9)$$

$$u_6 = \gamma_3$$

בהמשך העבודה יוצג כיצד בחירה של כניסות הבקרה u_i שהוגדרו ב-(4) עד (9) הופכת את המערכת הדינאמית לליניארית.

בעת מימוש מערכת הבקרה דרוש תאור של אות הבקרה עבור כל אחד מכוחות הדחף וזוויות ההטיה. נציג את תאור זה לפי כניסות הבקרה (4) עד (9).

$$\begin{aligned}
f_1 &= \frac{u_1 + u_3}{2} \\
f_2 &= \frac{u_1 + u_2}{2} \\
f_3 &= \frac{u_1 - u_3}{2} \\
f_4 &= \frac{u_1 - u_2}{2} \\
\gamma_{f_1} &= u_5 + u_6 \\
\gamma_{f_2} &= u_4 + u_6 \\
\gamma_{f_3} &= u_5 - u_6 \\
\gamma_{f_4} &= u_4 - u_6
\end{aligned} \tag{10}$$

4. מודל דינאמי

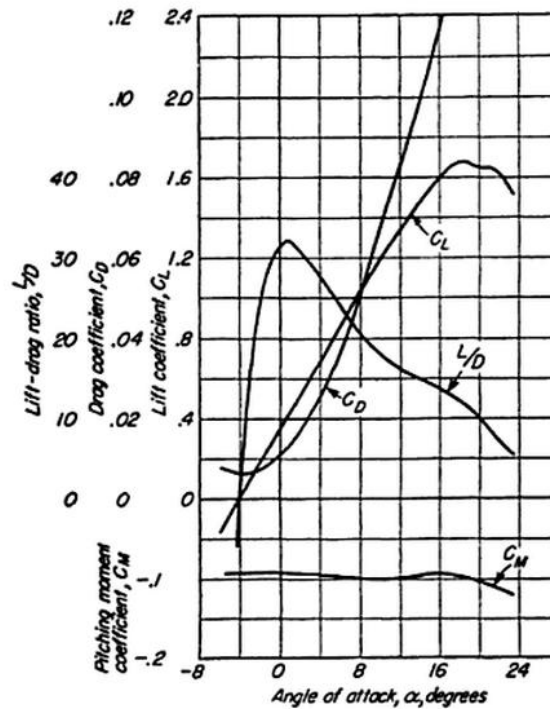
פרק זה מציג את המודל הדינאמי של ה-FAR, מודל זה משמש לצורך תכנון הבקרה ולבניית סימולטור של כלי הטיס. הפרק בנוי מארבעה סעיפים: הראשון כולל סקירה קצרה של נושא האווירודינמיקה ומציג מודל אווירודינאמי שישמש בפיתוח המודל של הרוטורים ומשטחי ההיגוי; השני מפרט פיתוח של המודל המלא של ה-FAR; בשלישי מפורטים הנחות וקירובים שניתן לבצע על המודל המלא המביאים למודל מפושט של ה-FAR; וברביעי מוצג מודל של FAR מישורי המבוסס על אילוף המודל המפושט למישור. המודל המישורי משמש לבניית הבנה אינטואיטיבית ומעמיקה של האופן בו מתרחשת הדינאמיקה של ה-FAR וכיצד ניתן לפתח בקרה עבורו.

4.1 אווירודינמיקה

לא ניתן לבנות מודל של כלי טיס ללא התייחסות כלשהי לתווך בו הוא מתפקד. בסעיף זה יתוארו הגורמים האווירודינמיים המשפיעים על מודל המערכת העומד בבסיס מחקר זה. בפרט אתיחס למודל הבסיסי של העילוי על כנף כפי שהוא מופיע בספרות ואפרט את השפעת הפרמטרים הרלוונטיים במודל העילוי לעבודה זו [1]. במודל העילוי המוצג בפרק זה אשתמש בתיאור של התנהגות הרוטורים וכן בתיאור התנהגות משטחי ההיגוי של כלי הטיס. הרוטורים ומשטחי ההיגוי הם רכיבים שההתנהגות שלהם בתוך זרימת האוויר היא התנהגות דומה לזו של כנף. משוואה (11) מציגה את מודל העילוי על כנף המקובל בספרות.

$$L = \int \frac{1}{2} A_d v^2(r) C_l(r) c(r) dr \quad (11)$$

כאשר r – המרחק משורש הכנף; A_d – צפיפות האוויר; $v(r)$ – מהירות האוויר במרחק r משורש הכנף; $c(r)$ – מיתר הכנף; ו- $C_l(r)$ – מקדם העילוי. $C_l(r)$ תלוי בחתך הכנף, בזווית ההתקפה, באפקטים של קצה הכנף ובגורמים אחרים שהם מעבר למפורט כאן. בעבודה זו אשתמש בשינוי העילוי הנגרם כתוצאה מהשינוי במהירות זרימת האוויר ובשינוי העילוי הנגרם כתוצאה משינויים בזווית ההתקפה. בעוד הקשר הריבועי המבטא את השפעת מהירות זרימת האוויר על העילוי מופיע במשוואה באופן מפורש, הקשר בין זווית ההתקפה לעילוי מורכב יותר ולכן יורחב בעניין זה.



איור 6 – התנהגות אופיינית של הפרמטרים של הכנף כתלות בזווית ההתקפה [1]

מודל העילוי מקשר בין זווית ההתקפה לבין העילוי באמצעות מקדם העילוי $C_l(r)$. מקדם זה, משתנה באופן לא ליניארי לפי זווית ההתקפה של הכנף. באיור 6 מוצג הקשר הקיים בכנף אופיינית בין זווית ההתקפה לבין פרמטרים שונים של הכנף ובינם $C_l(r)$. כפי שניתן להסיק מהאיור, בתנאי עבודה שאינם קיצוניים ובזוויות התקפה הקטנות מ- 15° התלות של מקדם העילוי בזווית ההתקפה קרובה לליניארית וניתן להשתמש בקירוב $dC_l/d\alpha = const$. למעשה אפשר להתייחס אל השינוי ב- $C_l(r)$ ובעקבותיו לשינוי בעילוי כתלות בזווית ההתקפה α כשינוי ליניארי. בזוויות התקפה גדולות מ- 15° מתחילה תופעה של הינתקות הזרימה מפני הכנף המובילה עם עליית הזווית להזדקרות הכנף (stall). משטחי ההיגוי צפויים להתנהג באופן דומה עם עלייה בזווית ההטיה.

מודל הדחף של הרוטורים כפונקציה של מהירות הסיבוב ישקף את הקשר הריבועי במודל העילוי בין מהירות זרימת האוויר לעילוי. מכיוון שהמימדים הגיאומטריים של רכיבי המבנה קבועים ניתן לאחר ביצוע האינטגרציה להתייחס לפרמטרים המופעים ב-(11) כקבועים כאשר תנאי הסביבה קבועים ועבור תנועה איטית באוויר שקט (ללא רוח). תחת תנאים אלו משוואת העילוי מקבלת את הצורה $L = kv^2$ עבור כנף (או משטח היגוי) או $L = k\omega^2$ עבור כנף סובבת (רוטור).

4.2. מודל דינאמי מלא

להלן תיאור ניוטוני של המודל הדינאמי המקובל לתיאור דינאמיקה של גופים קשיחים עם שש דרגות חופש בכלל ולתיאור מסוקים מסוגים שונים בפרט [12].
המשוואות המתארות את המודל הן:

$$\dot{r} = v \quad (12)$$

משוואה (12) היא משוואת קינמטיקה המתארת את התנועה הקווית של מרכז המסה של הכלי. הווקטור $r = (X \ Y \ Z)^T$ מייצג במערכת העולם את מיקום הראשית של מערכת הגוף (מרכז המסה) והווקטור $v = (v_x \ v_y \ v_z)^T$ מייצג את המהירות הקווית של מערכת הגוף במערכת העולם. בהתאם, ניתן לכתוב את החוק השני של ניוטון עבור גוף הרחפן כ-

$$\dot{v} = -g\hat{z} + \frac{1}{m}R\vec{f} + f_d(v) \quad (13)$$

כאשר, $g\hat{z}$ היא תאוצת כוח הכובד בכיוון \hat{z} של מערכת העולם, R מטריצת הרוטציה בין מערכת הגוף למערכת העולם שהוגדרה ב-(1), \vec{f} וקטור כוח הדחף של יחידות ההנעה במערכת הגוף ו- $f_d(v)$ כוחות הנובעים מגרר אווירודינאמי.

$$\dot{R} = sk(\Omega)R \quad (14)$$

משוואה (14) היא משוואת קינמטיקה המתארת את הקשר בין הנגזרת של מטריצת הרוטציה \dot{R} לבין מטריצת הרוטציה R בעזרת המטריצה $sk(\Omega)$ של וקטור המהירות הזוויתית Ω . $sk(\bullet)$ היא מטריצה skew-symmetric כך שמתקיים $sk(a)b = a \times b$ עבור הווקטורים a, b השייכים ל- \mathcal{R}^3 .
נראה מהיכן נובעת משוואה (14) וכיצד ניתן לחשב את וקטור המהירות הזוויתית של הכלי: מכיוון ש- R שייכת ל- $SO(3)$ היא מקיימת את תכונת האורתוגונליות $RR^T = I$ כאשר I היא מטריצת היחידה. בגזירה של ביטוי זה מתקבל:

$$\dot{R}R^T + R\dot{R}^T = 0$$

נגדיר מטריצה –

$$sk \square \dot{R}R^T$$

ואת השחלוף sk^T –

$$sk^T = (\dot{R}R^T)^T = R\dot{R}^T$$

הצבה של הביטויים שהוגדרו לתוצאת פעולת הגזירה מוביל לביטוי

$$sk + sk^T = 0$$

ומכאן ש- sk היא skew symmetric.

הכפלת ההגדרה של S ב- R מימין ושימוש בתכונת האורתוגונליות מניב את משוואה (14).

$$I_f \dot{\Omega} = -\Omega \times I_f \Omega - G_a + \tau_a + \tau_d(\Omega) \quad (15)$$

משוואה (15) תואמת לחוק השני של ניוטון עבור המומנטים ושינוי התנע הזוויתי, כאשר τ_a מייצג את סך המומנטים הנוצר מיחידות ההנעה; הביטוי $\Omega \times I_f \Omega$ מכונה האיבר הג'ירוסקופי של משוואות התנועה הנובע מגזירת וקטור התנע הזוויתי הנתון במערכת הגוף שסובבת במהירות זוויתית Ω ; G_a מייצג את המומנטים הנובעים מאפקטים ג'ירוסקופים שמקורם בסיבוב המנועים; ו- τ_d מייצג מומנטים הנובעים מגרר אווירודינמי.

תחת ההנחה של רוטור קשיח ניתן לתאר את דינאמיקת סיבוב הרוטור סביב צירו כמערכת עצמאית עם קואורדינאטה אחת (ω_i) המייצגת את מהירות הסיבוב של הרוטור. המומנט המכאני הדרוש לסיבוב הרוטור הוא τ_{m_i} ו- I_r הוא מומנט האינרציה של הרוטור (ומנוע) סביב צירו במערכת הרוטור.

$$I_r \dot{\omega}_i = \tau_{m_i} - Q_i \quad (16)$$

משוואה (16) קושרת בין המומנט המכאני τ_{m_i} שנוצר במנוע למהירות הסיבוב, כאשר Q_i הוא המומנט האווירודינמי הריאקטיבי הנוצר עקב התנגדות הגרר לסיבוב הרוטור באוויר. משוואה (17) דומה למשוואת העילוי (11) לאחר חישוב האינטגרל ומתארת את המודל של המומנט הריאקטיבי בעקבות הגרר הנוצר על הרוטור הסובב באוויר. במשוואה (11) מופיעה המהירות הקווית $v(r)$ של זרימת האוויר על כל אלמנט דיפרנציאלי של הכנף, מכיוון שהרוטור הוא כנף סובבת במהירות זוויתית ω_i , ניתן לבטא את $v(r)$ במונחים של ω_i .

$$Q_i = k \omega_i^2 \quad (17)$$

המקדם הפרופורציוני k תלוי בצפיפות האוויר, בריבוע הרדיוס של הרוטור, במספר הלהבים ברוטור, במיתר הלהבים, בקבוע העילוי של הלהבים, בגיאומטריה המבנה שהרוטור קבוע בו ובמיוחד בזווית הפסיעה של הלהבים (דרך מקדם הגרר). מכיוון שהמימדים הגיאומטריים של מבנה הרוטור קבועים ניתן להתייחס למקדם k כקבוע כאשר תנאי הסביבה קבועים ועבור תנועה איטית באוויר שקט (ללא רוח). במצב בו כל הכוחות מאוזנים, המבנה הסימטרי של ה-FAR, הכולל שני זוגות מנועים הסובבים בכיוונים מנוגדים, מבטל את השפעת המומנט הריאקטיבי. מנגד, במצב בו מערכת הבקרה מפיקה כוחות לא מאוזנים, נוצר מומנט הגורם לסבסוב סביב ציר z של ה-FAR בעקבות ההפרשים במומנטים הריאקטיביים. משוואה (18) היא סכום המומנטים הריאקטיביים של הרוטורים ומתארת את המומנט הגורם לסבסוב עקב סיבוב הרוטורים, כאשר \hat{z} הוא וקטור כיוון הציר \hat{z} במערכת הגוף.

$$\tau_Q = k(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \hat{z} \quad (18)$$

הקשר בין המהירות הזוויתית של הרוטור לבין הדחף הנוצר עקב סיבוב הרוטור באוויר נתון על ידי משוואה (19) שמקורה בחישוב האינטגרל כפי שמופיע במשוואת העילוי (11). ההסבר על מבנה משוואה זו דומה להסבר שניתן על מבנה משוואה (17).

$$f_i = b\omega_i^2 \quad (19)$$

המקדם הפרופורציוני b הוא מקדם פרופורציוני התלוי באותם גורמים שבהם תלוי k . מאותם שיקולים שהוזכרו לעיל ניתן להתייחס גם למקדם זה כקבוע.
נגדיר –

$$\tau_a = R(\tau_f + \tau_Q)$$

τ_a הוא סך המומנטים הנוצרים עקב פעולת מערכת ההנעה כאשר τ_f , כפי שהוגדר בפרק 3, הוא וקטור המומנטים הנובעים מפעולת כוחות הדחף f_i , סכום המומנטים מומר למערכת העולם. תרומת האפקט הג'ירוסקופי מיחידות ההנעה (מנוע + רוטור) מיוצגת באמצעות מודל בו הרוטור (והמנוע) מיוצג באמצעות מומנט האינרציה I_r סביב ציר הסיבוב כפי שמתואר במשוואה (20) כאשר \hat{z} הוא וקטור כיוון הציר \hat{z} במערכת הגוף.

$$G_a = \sum_{i=1}^4 I_r (\Omega \times \hat{z}) (-1)^{i+1} \omega_i \quad (20)$$

מודל נוסף שיש להביא בחשבון, בהתייחס לדינאמיקה של המערכת, הוא מודל המנוע החשמלי המספק את המומנט המכאני τ_{m_i} לרוטור. במשוואה (16) מנוסח הקשר בין המומנט למהירות הסיבובית של הרוטור. במשוואה (21) מתואר המודל המקשר בין אות הבקרה של המנוע (מתח v_a) לבין המומנט τ_{m_i} , תוך שימוש בסימונים: I_m – מומנט האינרציה של המנוע; L_a – השראות המנוע; R_a – התנגדות המנוע; K_e – קבוע חשמלי; K_t – קבוע המומנט; ו- b_m – חיכוך ויסקוזי בתוך המנוע.

$$\begin{aligned} \tau_{m_i} &= I_m \dot{\omega} = K_t i_a - b_m \omega_i \\ L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a &= v_a - K_e \omega_i \end{aligned} \quad (21)$$

מודל פשוט יותר לייצוג הקשר בין אות הבקרה למומנט במנוע יתקבל תחת ההנחה שהמנוע הוא קטן ולכן בעל השראות נמוכה. הנחה זו מאפשרת להזניח את הגורם התלוי בהשראות. המודל הפשוט מוצג במשוואה (22).

$$I_m \dot{\omega}_i = \frac{K_t}{R_a} v_a - \left(b_m + \frac{K_t K_e}{R_a} \right) \omega_i = \tau_{m_i} \quad (22)$$

משוואה (23) מציגה את המודל המוכלל של המנוע עם ההתנהגות האווירודינאמית של הרוטור. ביטוי זה מתקבל משילוב המודל האלקטרו מכני המתואר במשוואה (22) עם המודל של המומנט האווירודינאמי הריאקטיבי המופיע במשוואה (16).

$$I_r \dot{\omega}_i = \frac{K_t}{R_a} v_{ai} - \left(b_m + \frac{K_t K_e}{R_a} \right) \omega_i - k \omega_i^2 \quad (23)$$

המשוואות המוצגות לעיל ובפרט משוואות (12) עד (15), (19) ו-(23) מתארות באופן מקיף את הדינאמיקה של ה-FAR ומאפשרות בניית סימולטור מלא של דינאמיקת הגוף הקשיח ומערכת ההנעה שלו. להלן סיכום המשוואות המרכיבות את המודל:

$$\begin{aligned} \dot{v} &= -g\hat{z} + \frac{1}{m} R\vec{f} + f_d(v) \\ I_f \dot{\Omega} &= -\Omega \times I_f \Omega - G_a + \tau_a + \tau_d(\Omega) \\ \tau_a &= R(\tau_f + \tau_Q) \\ I_r \dot{\omega}_i &= \frac{K_t}{R_a} v_{ai} - \left(b_m + \frac{K_t K_e}{R_a} \right) \omega_i - k \omega_i^2 \end{aligned} \quad (24)$$

4.3 מודל מפושט מרחבי

שימוש במודל דינאמי מקורב ומפושט יקל בפיתוח מערכת הבקרה ויספק תובנות לפיתוח בקר עבור המודל המלא. להלן יוצגו מספר הנחות המאפשרות שימוש במודל דינאמי פשוט יותר: (1) המבנה של הקורות המקשרות ויחידות ההנעה הוא סימטרי; (2) מרכז המסה נמצא במרכז הסימטריה של ה-FAR; (3) צירי המנועים מקבילים וניצבים לקורות המבנה; (4) המהירויות הזוויתיות קטנות; (5) זוויות המנח קטנות; (6) המהירויות הקוויות קטנות.

בעקבות הנחה (1) מטריצת האינרציה I_f היא מטריצה אלכסונית, כאשר $I_{x,y,z}$ הם מומנטי האינרציה סביב הצירים x, y, z בהתאמה ו- $I_x = I_y = I_z$.

$$I_f = \begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix}$$

בעקבות הנחה (5) מטריצת הסיבוב R מקורבת למטריצת היחידה I וזוויות המנח במערכת הגוף θ, ϕ, ψ מקורבות לזוויות המנח Θ, Φ, Ψ של מערכת העולם. הנחות אלו מאפשרות לפשט ולבצע ליניאריזציה בסביבת נקודת שיווי המשקל של המודל באמצעות קירוב ראשון לטור טיילור של דינמיקת מערכת (24). לשם כך, תוצג באופן מפורש מערכת משוואות הדינאמיקה של המנח אשר נכונה באופן כללי לגוף קשיח והוצגה בצורתה הווקטורית במשוואה (15).

$$\begin{aligned}
I_x \ddot{\phi} &= \dot{\theta} \dot{\psi} (I_y - I_z) - G_{a_x} + \tau_{f_x} + \tau_{Q_x} + \tau_{d_x} (\Omega) \\
I_y \ddot{\theta} &= \dot{\phi} \dot{\psi} (I_z - I_x) - G_{a_y} + \tau_{f_y} + \tau_{Q_y} + \tau_{d_y} (\Omega) \\
I_z \ddot{\psi} &= \dot{\theta} \dot{\phi} (I_x - I_y) - G_{a_z} + \tau_{f_z} + \tau_{Q_z} + \tau_{d_z} (\Omega)
\end{aligned} \tag{25}$$

נפעיל על מערכת המשוואות (25) את הנחה (4) של מהירות זוויתיות קטנות ונזניח את מומנט הגרר $\tau_d(\Omega)$ בנוסף עקב אותה הנחה, הביטויים $\dot{\theta} \dot{\psi}$, $\dot{\phi} \dot{\psi}$ ו- $\dot{\theta} \dot{\phi}$ ייפלו בקירוב ראשון בטור טיילור. נזניח גם את הביטויים עבור סכום המומנטים הריאקטיביים שמייצרים הרוטורים – τ_Q ועבור G_a המומנט הג'ירוסקופי של הרוטורים, מכיוון שבסביבת נקודת שיווי המשקל $\omega_1 \approx \omega_2 \approx \omega_3 \approx \omega_4$ ועקב ביטול הדדי ביטויים אלו קרובים לאפס. צידוק נוסף להזנחת τ_Q נמצא ב-[9] וב-[31] המציגים מדידות המלמדות כי המקדם של המומנט הריאקטיבי k קטן בשני סדרי גודל ממקדם כוח הדחף b ולכן מומנט הסבסוב שניתן לייצר בעזרת הטיית דחף גדול בשני סדרי גודל וניתן להתייחס אל τ_Q כהפרעה קטנה. לאחר ביצוע ההזנחות מתקבלות עבור המנח שלוש מערכות דינאמיות ליניאריות שאינן מצומדות (מערכת משוואות (26)). שימוש במערכת משוואות פשוטה זו מלמד כי קיים תחום בו ניתן להשתמש בבקרים ליניאריים יחסית פשוטים, דוגמת PD ולהשיג ייצוב טוב של המנח. שימוש בבקרים פשוטים לייצוב המנח הודגם במספר עבודות ובהן עבודתו של Bouabdallah [5].

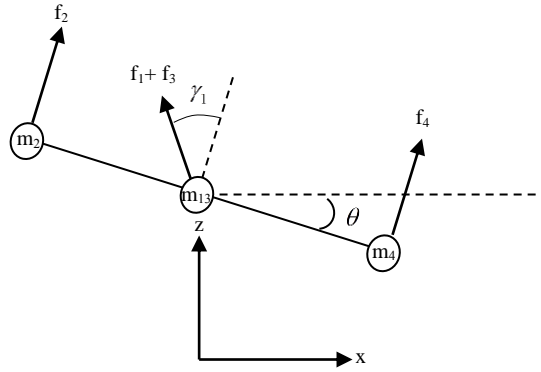
$$\begin{aligned}
\ddot{\phi} &= \frac{\tau_{f_x}}{I_x} \\
\ddot{\theta} &= \frac{\tau_{f_y}}{I_y} \\
\ddot{\psi} &= \frac{\tau_{f_z}}{I_z}
\end{aligned} \tag{26}$$

בנוסף להנחות לעיל בוצעו הזנחות נוספות הנוגעות ליחידות ההנעה – נניח כי הדינאמיקה של מודל המנוע מהירה בהרבה מהדינאמיקה של כלל המערכת ונזניח אותה, כך שניתן לשלוט בכוחות הדחף f_i כרצוננו. כמו-כן נזניח את האפקטים של כוחות אווירודינמיים הפועלים על הכנפון כגון גרר והינתקות הזרימה ממשטח הכנפון בזוויות התקפה גדולות. הנחה (6) מאפשרת את הזנחת הגרר האווירודינמי $f_d(v)$ ממשוואת המהירות הקווית (13). במערכת משוואות (27) מוצגות משוואות התנועה של המודל המפושט לאחר ביצוע קירוב והזנחות על המודל המלא (24).

$$\begin{aligned}
\dot{v} &= -g\hat{z} + \frac{1}{m} R\vec{f} \\
I_f \dot{\Omega} &= \tau_f
\end{aligned} \tag{27}$$

4.4. מודל מפורשט מישורי

על מנת לפתח הבנה מעמיקה ואינטואיטיבית של ה-FAR והמודל שלו, מוצג גם מודל דינאמי של מערכת מישורית. בכדי לנסח את משוואות המודל של המערכת המישורית, מישור xz של מערכת הגוף מאולץ למישור XZ של מערכת העולם; ובנוסף המודל המוצג ב-(27) עובר ניוון כך שזוויות ההטיה $\gamma_{f_2}, \gamma_{f_4}$ סביב ציר x מאופסות והקורדינאטות y, ϕ, ψ ונגזרותיהן שוות לאפס. בנוסף נגדיר $\gamma_1 = \gamma_{f_1} = \gamma_{f_3}$ ו- $f_1 = f_3$. למערכת המישורית המתקבלת שלוש דרגות חופש x, z, θ . תרשים עקרוני של המערכת המישורית וכוחות הדחף שלה מוצג באיור 7. דרך נוספת לקבלת משוואות התנועה בעזרת ניתוח ישיר של המערכת עם האילוצים, לפי שיטת אוילר-לגרנג' (Euler-Lagrange), מופיעה בנספח.



איור 7 – תרשים עקרוני של המערכת המישורית וכוחות הדחף

תחת ההגדרות שפורטו:

$$\begin{aligned} x &= X \\ z &= Z \\ y &= \phi = \psi = 0 \\ \ddot{y} &= \ddot{\phi} = \ddot{\psi} = 0 \\ \gamma_{f_{2,4}} &= 0 \\ \gamma_1 &= \gamma_{f_1} = \gamma_{f_3} \\ f_1 &= f_3 \end{aligned}$$

מתקבלת הקינמטיקה –

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x} & \dot{z} \end{bmatrix}^T &= \begin{bmatrix} v_x & v_z \end{bmatrix}^T \\ \dot{R} &= sk(\Omega) R \\ \Omega &= \dot{\theta} \end{aligned}$$

ומשוואות התנועה של המודל המישורי –

$$\begin{aligned} M\ddot{x} &= (f_1 + f_3)S_{\theta+\gamma_1} + (f_2 + f_4)S_\theta \\ M\ddot{z} &= (f_1 + f_3)C_{\theta+\gamma_1} + (f_2 + f_4)C_\theta - Mg \\ I_x\ddot{\theta} &= a(f_2 - f_4) \end{aligned} \quad (28)$$

המודל הדינאמי המישורי המפושט, מאפשר לפתח תובנות בנוגע למבנה הלא ליניארי של משוואות התנועה ולמצוא באמצעות בקרה דרך להתמודדות עם מבנה זה מתוך התבוננות בביטויים הפשוטים והקצרים באופן יחסי של מודל זה.

5. בקרה

בפרק זה מוצג פיתוח מערכת הבקרה ל-FAR בשני שלבים: הראשון, פיתוח בקרה למודל המישורי המפושט שהוצג בפרק הקודם והשני פיתוח בקרה למודל המפושט המלא. פיתוח הבקרה למודל המלא מבוסס על התובנות שיתקבלו במהלך פיתוח הבקרה למודל המישורי. בשני השלבים מוצגת נקודת שיווי המשקל של המערכת בחוג סגור וכן הוכחה ליציבות בנקודה זו.

5.1. בקרה למודל המישורי

מטרת מערכת הבקרה הינה לייצב את ה-FAR במיקום ומנח רצויים. נגדיר את נקודת שיווי המשקל אליה דרוש שהמערכת תתכנס כ- x_d, z_d, θ_d , כאשר בנקודת שיווי המשקל:

$$\begin{aligned} x &= x_d; z = z_d; \theta = \theta_d \\ \dot{x} = \dot{z} = \dot{\theta} &= 0 \end{aligned}$$

נגדיר גם סימון:

$$\begin{aligned} x_e &= x - x_d \\ z_e &= z - z_d \\ \theta_e &= \theta - \theta_d \end{aligned}$$

לפיתוח הבקר נשתמש ב-Exact Feedback Linearization. נשתמש באילוצים שהוגדרו בסעיף 4.4 עבור המודל המישורי וננסה מחדש את כניסות הבקרה, שהוגדרו ב-(4) עד (9) שבסעיף 3, כך שיתאימו למודל המישורי.

נאלץ $f_1 + f_3 = f_2 + f_4$ מכיוון שבחירה אחרת תגרום במודל המלא למומנט ריאקטיבי סביב ציר z . ונגדיר את u_1 כסך הדחף בכל אחד מהזוגות $f_{1,3}$ ו- $f_{2,4}$.

$$u_1 = f_1 + f_3 = f_2 + f_4 \quad (29)$$

u_2 הוא ההפרש בין הדחף של יחידות ההנעה המותקנות לאורך ציר x , כאשר $u_2 \neq 0$ נוצר מומנט סביב ציר y של ה-FAR.

$$u_2 = f_2 - f_4 \quad (30)$$

בדומה לאילוצן המוצג בפיתוח המודל המישורי נאלץ $\gamma_{f_1} = \gamma_{f_3}$ ונגדיר סימון $\gamma_1 = \gamma_{f_1} = \gamma_{f_3}$. נגדיר את u_3 כזווית של הטיית הכוחות f_1 ו- f_3 סביב ציר y של הגוף. כאשר $u_3 \neq 0$ נוצר רכיב של הדחף המופנה לאורך ציר x של ה-FAR.

$$u_3 = \gamma_1 \quad (31)$$

נגדיר בקרים:

נבחן את המתרחש בנש"מ (נקודת שיווי המשקל) בתת-המערכת של z כאשר נתונה זווית γ_1 כלשהי. תת המערכת של z היא:

$$M\ddot{z} = (f_1 + f_3)C_{\theta+\gamma_1} + (f_2 + f_4)C_\theta - Mg$$

בנש"מ $\ddot{z} = 0$ ולכן –

$$(f_1 + f_3)C_{\theta+\gamma_1} + (f_2 + f_4)C_\theta = Mg$$

נזכור כי הגדרנו $u_1 = f_1 + f_3 = f_2 + f_4$, נציב u_1 לביטוי של תת המערכת בנש"מ ונקבל –

$$u_1(C_\theta + C_{\theta+\gamma_1}) = Mg$$

$$u_1 = \frac{Mg}{C_\theta + C_{\theta+\gamma_1}} = \frac{Mg}{2C_{\theta+\frac{\gamma_1}{2}}C_{\frac{\gamma_1}{2}}}$$

כעת ניתן לבחור בקר שמיצב את המערכת בכיוון z ללא תלות בזווית γ_1 . נבחר בקר מהצורה –

$$u_1 = \frac{M}{2C_{\theta+\frac{\gamma_1}{2}}C_{\frac{\gamma_1}{2}}}(-k_z z_e - b_z \dot{z} + g) \quad (32)$$

ננסה חוק בקרה כך שהשימוש בהטיית המנועים באמצעות u_3 מבטל את הצימוד בין הטיית הגוף בזווית θ לבין תנועת הגוף בציר x . לשם כך נציג את משוואת התנועה של תת-המערכת של x ונציב לתוכה את הגדרת אות הבקרה (29).

$$M\ddot{x} = (f_1 + f_3)S_{\theta+\gamma_1} + (f_2 + f_4)S_\theta$$

$$= u_1(S_\theta + S_{\theta+\gamma_1}) = u_1 2S_{\theta+\frac{\gamma_1}{2}}C_{\frac{\gamma_1}{2}} \quad (33)$$

כאשר תת-המערכת (33) בנש"מ אין תאוצה בכיוון ציר x ומשוואת התנועה מקבלת את הצורה:

$$u_1 2S_{\theta+\frac{\gamma_1}{2}}C_{\frac{\gamma_1}{2}} = 0 \quad (34)$$

ניתן לראות ממשוואה (34) וכן ברור מהחישוב הסטטי של הכוחות כפי שהם מתוארים באיור 7, כי המערכת תישאר במנוחה ללא תלות ב- u_1 אם מתקיים $\gamma_1 = -2\theta$.

נציב לתוך (33) את (32) כאשר תת-המערכת של התנועה לאורך ציר z נמצאת בשיווי משקל:

$$M\ddot{x} = u_1 2S_{\theta+\frac{\gamma_1}{2}}C_{\frac{\gamma_1}{2}} = \frac{Mg}{2C_{\theta+\frac{\gamma_1}{2}}C_{\frac{\gamma_1}{2}}} 2S_{\theta+\frac{\gamma_1}{2}}C_{\frac{\gamma_1}{2}} = Mg \tan\left(\theta + \frac{\gamma_1}{2}\right) \quad (35)$$

תגובה דינאמית רצויה בתת-המערכת x תתקבל באמצעות קביעת הזווית γ_1 לפי חוק הבקרה המנוסח ב-

$$(36), \text{ נזכיר כי הגדרנו } \gamma_1 = u_3.$$

$$u_3 = -2\theta + 2 \tan^{-1} \left(\frac{-k_x x_e - b_x \dot{x}}{g} \right) \quad (36)^2$$

נציב את חוק הבקרה (36) לתוך משוואת התנועה (35) כאשר תת-המערכת של הזווית θ נמצאת בשיווי משקל ונקבל את הביטוי עבור משוואת הדינאמיקה בחוג סגור של תת-המערכת של x .

$$M\ddot{x} = -k_x x_e - b_x \dot{x}$$

תת-המערכת של הזווית θ בסעיף זה ליניארית ובלתי תלויה כמתואר במודל הדינאמי המופיע ב-(28) עבור תת-מערכת זו ניתן לבחור את אות הבקרה u_2 המייצב את זווית הגלגול θ כמתואר ב-(37).

$$u_2 = \frac{I_x}{a} (-k_\theta \theta_e - b_\theta \dot{\theta}) \quad (37)$$

הבקרים (32), (36) ו-(37) הוצבו לתוך משוואות התנועה (28) לקבלת (38) המציג ביטוי למשוואות התנועה של המערכת בחוג סגור. פשוט לראות כי בנש"מ מערכת המשוואות (38) מתאפסת.

$$\begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{x} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \\ \frac{1}{M}(u_1 S_{\theta+u_3} + u_1 S_\theta) \\ \frac{1}{M}(u_1 C_{\theta+\gamma_1} + u_1 C_\theta) - g \\ \frac{a}{I_x} u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \\ \frac{1}{g}(-k_z z_e - b_z \dot{z} + g)(-k_x x_e - b_x \dot{x}) \\ -k_z z_e - b_z \dot{z} \\ -k_\theta \theta_e - b_\theta \dot{\theta} \end{Bmatrix} \quad (38)$$

ניתן לראות כי תת-המערכות של z ו- θ עם חוק הבקרה המוצע הן ליניאריות ובלתי מצומדות. כלומר, ניתן בקלות לייצב אותן ומובטח כי ייתכנסו אל נקודת שיווי המשקל $\theta = \theta_d; z = z_d$. הוכחת היציבות בתת-המערכת של x פחות ברורה. בדיקת יציבות סביב הנש"מ (מקומית) לכלל המערכת, באמצעות שיטת ליאפונוב הראשונה [24, עמוד 184] מניבה את התיאור הליניארי של המערכת המופיע ב-(39). בתיאור המוצג ב-(39) המערכת בחוג סגור מורכבת משלוש תת-מערכות ליניאריות, לא מצומדות מהטיפוס $\ddot{x}_i = k_i x + b_i \dot{x}$.

² הערה: אפשר לנסח ביטוי פשוט יותר ל- u_3 כאשר $\theta + \frac{\gamma_1}{2} < 45^\circ$ באמצעות ביצוע ליניאריזציה וקירוב של ה- \tan לפונקציה ליניארית עם שיפוע של 0.02.

$$\begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{x} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_x}{M} & 0 & 0 & -\frac{b_x}{M} & 0 & 0 \\ 0 & -k_z & 0 & 0 & -b_z & 0 \\ 0 & 0 & -k_\theta & 0 & 0 & -b_\theta \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ z \\ \theta \\ x \\ z \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (39)$$

בשיטת ליאפונוב הראשונה מתבצעת ליניאריזציה של משוואות התנועה על-ידי גזירה סביב נש"מ. באופן מפורט, אם נציג את המערכת (38) בצורה $\dot{q} = f(q, t)$ כאשר $q = (\dot{x} \ \dot{z} \ \dot{\theta} \ x \ z \ \theta)^T$ משתני המצב התלויים בזמן t . הליניאריזציה מביאה את המערכת לצורה $\dot{q} = A(t)q$ באמצעות היעקוביאן $A(t)$ המוגדר ב-(40).

$$A(t) = \left. \frac{\partial f(q, t)}{\partial q} \right|_{x=0} \quad (40)$$

נציג את (39) באופן הבא:

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} 0 & I \\ K & B \end{pmatrix} X$$

כאשר

$$K = \begin{pmatrix} -k_x/M & 0 & 0 \\ 0 & -k_z & 0 \\ 0 & 0 & -k_\theta \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -b_x/M & 0 & 0 \\ 0 & -b_z & 0 \\ 0 & 0 & -b_\theta \end{pmatrix}$$

ובאופן דומה I מטריצת היחידה. הוכחת יציבות מלאה למערכות מהצורה של מערכת (39) מופיעה ב-[24, עמוד 192]. על פי ההוכחה המוצגת שם, אם K מטריצה מוגדרת חיובית וגם B מוגדרת חיובית אזי המערכת יציבה אסימפטוטית. כלומר, המערכת הליניארית (לאחר הליניאריזציה) יציבה אסימפטוטית גלובלית ולכן על פי השיטה הראשונה של ליאפונוב המערכת הלא-ליניארית יציבה אסימפטוטית מקומית בסביבת נקודת שיווי המשקל.

5.2 בקרה למודל המלא

מטרת מערכת הבקרה הינה לייצב את ה-FAR במיקום ומנח רצויים. נגדיר את נקודת שיווי המשקל אליה דרוש שהמערכת תתכנס כ- $x_d, y_d, z_d, \phi_d, \theta_d, \psi_d$, כאשר בנקודת שיווי המשקל:

$$\begin{aligned}x &= x_d, y = y_d, z = z_d \\ \phi &= \phi_d, \theta = \theta_d, \psi = \psi_d \\ \dot{x} &= \dot{y} = \dot{z} = 0 \\ \dot{\phi} &= \dot{\theta} = \dot{\psi} = 0\end{aligned}$$

נגדיר גם את הסימונים:

$$\begin{aligned}x_e &= x - x_d \\ y_e &= y - y_d \\ z_e &= z - z_d \\ \phi_e &= \phi - \phi_d \\ \theta_e &= \theta - \theta_d \\ \psi_e &= \psi - \psi_d\end{aligned}$$

לפיתוח הבקר נשתמש ב-Feedback Linearization כולל טרנספורמציה של משתני המיקום במערכת העולם למשתני מיקום לאורך הצירים של מערכת הגוף בדומה לאופן שהוצג בסעיף הקודם. נגדיר בקרים עבור כניסות הבקרה שהוגדרו ב-(4) עד (9). ראשית, נטפל בתת-המערכת של ייצוב המנח – תת-המערכות של הזוויות θ , ϕ ו- ψ ליניאריות ובלתי תלויות כפי שמתואר במודל הדינאמי המופיע ב-(26). עבור תת-המערכות של θ ו- ϕ ניתן לבחור את אותות הבקרה u_2 ו- u_3 בדומה ל-(37) יחד עם ליניאריזציה של האפקט הנובע מהזוויות γ_1 ו- γ_2 .

$$\begin{aligned}u_2 &= \frac{aI_x}{C_{\gamma_2}} (-k_\theta \theta_e - b_\theta \dot{\theta}) \\ u_3 &= \frac{aI_y}{C_{\gamma_1}} (-k_\phi \phi_e - b_\phi \dot{\phi})\end{aligned}\tag{41}$$

את u_6 – אות הבקרה לייצוב זווית הסבסוב ψ , נבחר כך שתכלול ליניאריזציה של התנהגות האקטואטור באופן הבא:

$$u_6 = \sin^{-1} (-k_\psi \psi_e - b_\psi \dot{\psi})\tag{42}$$

שנית, נציע ביטויים לאותות הבקרה עבור תת-המערכת של התנועה הקווית תחת ההנחות: (1) מערכת הייצוב של המנח נמצאת בנש"מ; (2) אותות המשוב בציר x ובציר y מתקבלים יחסית למערכת צירים הצמודה לגוף.

בעקבות הנחה (1) מתקיים $\gamma_3 = u_6 = 0$ ומשוואת התנועה של תת-המערכת בכיוון z של הגוף היא:

$$M\ddot{z} = (f_1 + f_3)C_{\gamma_1} + (f_2 + f_4)C_{\gamma_2} - Mg = 0$$

$$(f_1 + f_3)C_{\gamma_1} + (f_2 + f_4)C_{\gamma_2} = Mg$$

בדומה לאופן שבו נבחר הבקר עבור המקרה המישורי נאלץ $f_1 + f_3 = f_2 + f_4$ ונגדיר

$$u_1 = f_1 + f_3 = f_2 + f_4$$

במצב שיווי משקל משוואת התנועה מקבלת את הצורה:

$$u_1(C_{\gamma_1} + C_{\gamma_2}) = Mg$$

$$u_1 = \frac{Mg}{C_{\gamma_1} + C_{\gamma_2}} = \frac{mg}{2C_{\frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}} C_{\frac{\gamma_1 - \gamma_2}{2}}}$$

נבחר את u_1 שיהיה מהצורה:

$$u_1 = \frac{M}{2C_{\theta + \frac{\gamma_1}{2}} C_{\frac{\gamma_1}{2}} C_{\phi + \frac{\gamma_2}{2}} C_{\frac{\gamma_2}{2}}} (-k_z z_e - b_z \dot{z} + g) \quad (43)$$

ננסה חוק בקרה כך שהשימוש בהטיית המנועים באמצעות הבקרים u_4 ו- u_5 מבטל את הצימוד בין הטיית הגוף בזווית ϕ ו- θ לבין תנועת הגוף בציר y ובציר x בהתאמה. הראנו בניתוח של המערכת המישורית כי על מנת לבטל את הצימוד בין זוויות ההטייה של ה-FAR לתנועה הרוחבית כאשר המערכת בשיווי משקל צריך להתקיים $\gamma_1 = -2\theta$. משיקולי סימטריה וסטאטיקה, נגדיר את אותות הבקרה u_4 ו- u_5 באופן דומה ל-(36) שהוגדר במערכת המישורית. נשים לב להבדל בסימן של מקדמי הבקר בין u_4 לבין u_5 הנובע מהאופן בו הגדרנו את זוויות ההטייה $\gamma_{f_{2,4}}$ של הדחף.

$$u_4 = -2\phi + 2 \tan^{-1} \left(\frac{k_y y_e + b_y \dot{y}}{Mg} \right)$$

$$u_5 = -2\theta + 2 \tan^{-1} \left(\frac{-k_x x_e - b_x \dot{x}}{Mg} \right) \quad (44)$$

הבקרים (41) עד (44) הוצבו לתוך משוואות התנועה של המודל המפושט (27) על מנת לקבל את תיאור המערכת בחוג סגור. בעזרת קוד מחשב, שנכתב בתוכנת Wolfram-Mathematica, הוצבו הערכים של משתני המצב בנש"מ לתוך משוואות המערכת בחוג סגור על מנת לוודא כי משוואות התנועה אכן מתאפסות. בנוסף בוצעה בדיקת יציבות סביב הנש"מ באמצעות שיטת ליאפונוב הראשונה באופן דומה לזה שבוצע עבור המודל המישורי. מאחר שהביטויים המתקבלים בתהליך זה ארוכים מכדי לפרטם כאן נציג את התוצאה הסופית בלבד.

$$\begin{aligned}
\ddot{x} &= -\frac{1}{M}(k_x x + b_x \dot{x}) \\
\ddot{y} &= -\frac{1}{M}(k_y y + b_y \dot{y}) \\
\ddot{z} &= -(k_z z + b_z \dot{z}) \\
\ddot{\theta} &= -(k_\theta \theta + b_\theta \dot{\theta}) \\
\ddot{\phi} &= -(k_\phi \phi + b_\phi \dot{\phi}) \\
\ddot{\psi} &= -\frac{g}{a}(k_\psi \psi + b_\psi \dot{\psi})
\end{aligned} \tag{45}$$

המערכת הדינאמית המוצגת ב-(45) מורכבת משש תת-מערכות לינאריות, לא מצומדות מהטיפוס $\ddot{x}_i = k_i x + b_i \dot{x}$, היא דומה למערכת המשוואות שהתקבלה ב-(39) ויציבותה מוכחת באותו האופן.

6. שערורך מנח

פרק זה סוקר את נושא שערורך המנח (אוריינטציה זוויתית), אף על פי שנושא זה, אינו נמצא במוקד העבודה, הוא נמצא בלב מערכת הבקרה ולכן חשוב להכירו בכלל ואת האלגוריתם המשרת את מערכת הניסוי שתוצג בעבודה זו בפרט.

אחת מבעיות היסוד בבקרה של מערכת מוטסת היא הערכת מיקום ומנח (אוריינטציה זוויתית) של המערכת המוטסת יחסית למערכת העולם (מערכת הייחוס האינרציאלית). על מנת לבקר את מנח המערכת ואת מיקומה במרחב יש לספק לבקר משוב. המשוב האידיאלי, כגון זה המשמש בסימולציה, הוא נקי מרעשים, בעל רוחב פס אינסופי ומספק נתונים לבקר במערכת הייחוס האינרציאלית. במערכות מעבדתיות ניתן לעיתים לחקות בקירוב טוב משוב מסוג זה. למשל, באמצעות מערך מצלמות ועיבוד תמונה. כאשר מעוניינים במערכת אוטונומית המצב מסובך יותר. במערכת אוטונומית המשוב מגיע ממכלול מדידים העשוי לכלול מדידי אינרציה, מדידי מהירות זוויתית, מדידי שדה מגנטי וחיישן GPS. המדידות המגיעות מהחיישנים כוללות רעש ממקורות שונים, בהם: (1) מגבלת דיוק החיישנים; (2) רוחב פס שונה מחיישן לחיישן; (3) תלות המדידה בגורמים חיצוניים כגון טמפרטורת סביבה. במערכת אוטונומית ייתכנו גם מקרים בהם חלק מהמדידים אינם מספקים מידע תקף למשל בשל רוויה של החיישן או סחיפה הנובעת משינוי בטמפרטורה של הסביבה. בנוסף, מכיוון שמכלול החיישנים מותקן על גבי הגוף הנע, ערכי המדידה של חלק מהחיישנים הם יחסיים למערכת הגוף ולא למערכת העולם ולכן ישנו קושי ניכר בהפקת נתוני מנח אמין ביחס למערכת העולם. למעשה, על מנת שיהיה ניתן לבקר את המערכת המוטסת יש להתיך יחד באופן רובסטי את ערכי המדידה הרועשים לנתוני המנח והמיקום של הגוף במערכת העולם.

במערכות יקרות ניתן להקל על בעיית הערכת המנח והמיקום על ידי שימוש במערכות חיישנים איכותיות מאוד יחד עם אפיון מוקפד של הפרמטרים במערכת המדידה ובמערכת הנמדדת. השיטה המקובלת והמתועדת היטב להיתוך המידע ממכלול מדידים היא שימוש בפילטר קלמן [16]. פילטר קלמן הוא פילטר לינארי המסתמך על ידיעת התכונות ההסתברותיות של הרעש בכל אחד מהמדידים וכן על ידיעת הקשר ההסתברותי בין תוצאות המדידה של כל אחד מהם. קשר זה מבטא באמצעות מטריצת covariance. שימוש בפילטר קלמן להיתוך מידע של מדידים במערכת שאינה לינארית דורש תחכום נוסף המקשה אף יותר על היישום הרובסטי ועל השימוש בשיטה זו. במקרים כאלו ניתן להשתמש בפילטר קלמן מורחב [30] כפי שמודגם במחקרו של Sabatini [28]. ככלל שימוש בפילטר קלמן הוא אינטנסיבי מבחינה חישובית, דורש אפיון טוב של תכונות המדידים ושימוש במודל מדויק ככל האפשר של המערכת.

שיטה לינארית נוספת להיתוך מידע מחיישנים המשמשת ביישומים מסוג זה היא complementary filter והשוואה בין השיטות ניתן למצוא בעבודתו של Higgins [13].

לאחרונה פותחה על ידי Mahony et al. שיטה בעזרתה ניתן לבנות מערכת Attitude Heading Reference System (AHRS) מבוססת Inertial Measurement Unit (IMU) להערכת מנח של

מערכות מרחפות מתוך מכלול מדידים פשוטים וזולים. מכלול מדידים מסוג זה, זמין עבור מערכות כמו ה-FAR. שיטה זו מבוססת על nonlinear complementary filter [11, 20]. השיטה מעריכה את המנח באמצעות שימוש במודל הקינמטיקה הזוויתית של גוף קשיח. עקרון הפעולה של השיטה הוא ביצוע אינטגרציה של מדידות חיישני המהירות הזוויתית (ג'ירו) כאשר תיקון הערכת המנח והבטחת ההתכנסות של האלגוריתם מתבצעים בעזרת מסנן מסוג PI אל מול וקטור ייחוס שמקורו במערכת הייחוס האינרציאלית. את וקטור הייחוס ניתן לקבל ממדי תאוצה או מגנטומטר תלת-צירי. זהו complementary filter, מכיוון שהוא מתיך יחד מידע בתחום התדר הגבוה המגיע מווקטור המהירות הזוויתית יחד עם מידע בתחום התדר הנמוך מווקטור הייחוס. באיור 8 מוצגת דיאגרמת מלבנים של האלגוריתם.

להלן עקרון הפעולה של הפילטר והרחבה בנוגע ליישום המעשי של השיטה:
מטרת האלגוריתם היא לשערך את מטריצת הסיבוב R , באמצעות R_E שהיא מטריצת הסיבוב המשוערכת. משוואה (46) המוצגת להלן היא משוואת הקינמטיקה של מטריצת הסיבוב (ראה משוואה (14) בפרק המודל הדינמי).

$$\dot{R} = Rsk(\Omega) \quad (46)$$

מהתבוננות במשוואה (46) נראה כי בהינתן וקטור מהירות זוויתית Ω ניתן לבצע אינטגרציה ולקבל מטריצת סיבוב מעודכנת. ביצוע האינטגרציה על \dot{R} במערכת זמן בדיד מתואר על ידי משוואה (47) כאשר τ מסמן את זמן המחזור של הדגימה.

$$\begin{aligned} R(t+\tau) &= R(t) + R(t)sk(\Omega(t))\tau \\ &= R(t)(I + sk(\Omega(t))\tau) \end{aligned} \quad (47)$$

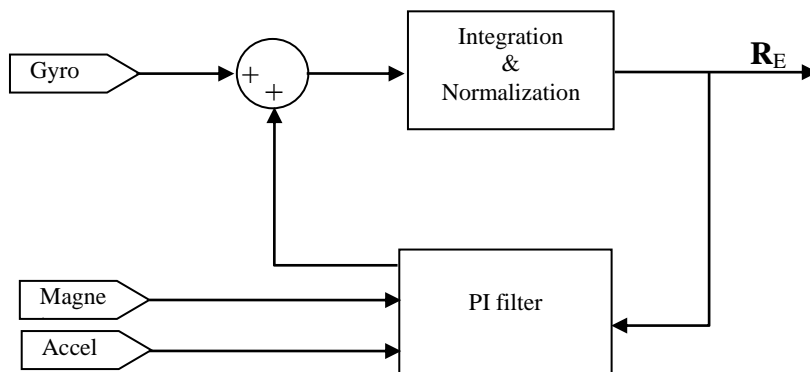
שימוש במשוואה (47) באופן בלעדי יגרום תוך זמן קצר לשגיאה של ממש הנובעת משגיאות נומריות ומאינטגרציה איבר הסחיפה של מדידי המהירות הזוויתית. כלומר, המידע בתחום התדר הנמוך המוכלל בווקטור המהירות הזוויתית Ω גורם לשגיאה בגלל איבר הסחיפה האופייני לחיישן המהירות הזוויתית ולכן ניתן להשתמש במידע שהוא בתחום התדר הגבוה בלבד. בהשוואה לווקטור המהירות הזוויתית, לווקטור הייחוס אמינות מידע גבוהה בתחום התדר הנמוך. לדוגמה, ניתן לבחור כווקטור ייחוס את וקטור הכבידה כפי שהוא נמדד באמצעות חיישני תאוצה. בשעה שהחיישן נמצא תחת השפעת תאוצה נוספת לתאוצת הכובד בעקבות ביצוע תמרון רגעי, המדידה המופקת מחיישני התאוצה לא תייצג את וקטור הכבידה היטב, אבל מיצוע לאורך זמן המשמר את תחום התדר הנמוך יפיק תוצאה המייצגת את וקטור הכבידה בקירוב מספק.

מבחינה מעשית, מנגנון פיצוי השגיאה מבוסס על הוספת מהירות זוויתית פיקטיבית לווקטור המהירות הזוויתית הנמדד. איבר הפיצוי למהירות הזוויתית, מופק מנתוני מדידה של וקטור ייחוס שמסוכם לווקטור המהירות הזוויתית Ω .

להלן נראה כיצד מחושבת המהירות הזוויתית הפיקטיבית המהווה את איבר התיקון למטריצת הרוטציה המשוערכת R_E . בהינתן וקטור ייחוס נמדד v_m המציין כיוון ידוע במערכת האינרציאלית ניתן לבדוק את ההבדל בינו לבין הווקטור v_E המתאים לו ממטריצת הסיבוב המשוערכת R_E . מתוך מדידת ההבדל ניתן להפיק וקטור מהירות זוויתית פיקטיבי Ω_e ש"סובב" את R_E כך שהשגיאה בין וקטור הייחוס לבין הווקטור המשוערך תקטן. נזכור שווקטור מהירות זוויתית הוא וקטור שכיוונו הוא כיוון הנורמל למישור הסיבוב וגודלו מייצג את מהירות הסיבוב. כלומר, יש לייצר וקטור בעל שתי תכונות: (1) ניצבות למישור הנפרס על ידי וקטור הייחוס והווקטור המשוערך; (2) גודל פרופורציוני לזווית בין וקטור הייחוס לבין הווקטור המשוערך. וקטור בעל תכונות אלו מתקבל ממכפלה וקטורית (cross) בין וקטורים. הווקטור Ω_e המתקבל מהמכפלה הווקטורית במשוואה (48) ניצב לווקטור הייחוס ולווקטור המשוערך וגודלו שווה לסינוס הזווית ביניהם. תחת ההנחה הסבירה של זוויות קטנות, המתבססת על קצב דגימה גבוה יחסית לדינמיקה, גודל הווקטור יחסי לזווית.

$$\Omega_e = v_m \times v_E \quad (48)$$

הווקטור Ω_e עובר במסנן מסוג PI לפני סיכומו עם וקטור המהירות הזוויתית הנמדד (משוואה (49)). המקדם הפרופורציוני של המסנן משקף את האמינות של המידע הרגעי ומקדם האינטגרציה מפצה על רכיבי הסחיפה של וקטור המהירות הזוויתית הנמדד.



איור 8 – דיארמת מלבנים של אלגוריתם AHRS, מבוסס complementary filter

האופן בו מורכב וקטור המהירות הזוויתית Ω , עליו מתבצעת האינטגרציה מוצג במשוואה (49) כאשר Ω_G – וקטור המהירות הזוויתית הנמדד, K_p – המקדם הפרופורציוני ו- K_I – מקדם האינטגרציה. באופן זה ניתן להכליל פיצוי ממספר וקטורי ייחוס ברמות רעש ובקצבי דגימה שונים כאשר המקדמים הכופלים אותם יחסיים לאמינות המידע.

$$\Omega = \Omega_G + K_p \Omega_e + K_I \int \Omega_e \quad (49)$$

צבירת שגיאה הפוגעת בתכונת האורתוגונליות של המטריצה היא בעיה מעשית נוספת עימה יש להתמודד בביצוע אינטגרציה נומרית על מטריצות סיבוב ונתוני מדידה שהם במספרים שלמים (integer). מאחר

שצבירת השגיאה איטית יחסית, לצעד הזמן של האלגוריתם, גודלם של וקטורי השורה לא מתרחק מ-1. בבעיה המתוארת ניתן לטפל על ידי מיצוע השגיאה ואילוץ תנאי האורתוגונליות על תוצאת האינטגרל. על מנת לבדוק ולאליץ את תנאי האורתוגונליות כופלים סקאלרית שתי שורות של המטריצה. תוצאת המכפלה מייצגת את ההיטל של וקטור אחד על השני וכאשר המטריצה היא אורתוגונלית תוצאת המכפלה הסקלרית שווה לאפס. על מנת להקטין את שגיאת האורתוגונליות מתבצע מיצוע של השגיאה בין שני וקטורי השורה באופן צולב, כפי שמוצג במשוואה (50). במשוואה (50) e_{ortho} הוא ערך השגיאה באורתוגונליות, R_x הוא וקטור המורכב מאיברי השורה הראשונה של מטריצת הסיבוב ו- R_y – וקטור המורכב מאיברי השורה השנייה של מטריצת הסיבוב. R_x' ו- R_y' הם הווקטורים R_x ו- R_y לאחר ביצוע התיקון.

$$\begin{aligned} e_{ortho} &= R_x \cdot R_y \\ R_x' &= R_x - \frac{e_{ortho}}{2} R_y \\ R_y' &= R_y - \frac{e_{ortho}}{2} R_x \end{aligned} \quad (50)$$

פשוט לבדוק ששיטת מיצוע זו מניבה שגיאה שיווית קטנה באופן משמעותי מזו שתיוותר כאשר מתקנים את אחד מהווקטורים בלבד. לאחר התיקון השגיאה המתקבלת היא בגודל $\approx \frac{3}{2}(e_{ortho})^2$ לעומת $\approx \frac{e_{ortho}}{2}$ בתיקון של רק אחד מהווקטורים.³ הווקטורים המתוקנים יעברו נירמול לפי משוואה (51) ואת וקטור השורה הנותר- R_z , שצריך להיות אורתונורמלי לווקטורים המתוקנים, ניצור מחדש מתוך המכפלה הווקטורית של הווקטורים המתוקנים והמנורמלים, כפי שמתואר במשוואה (52). בסוף התהליך מתקבלת מטריצת סיבוב משוערכת חדשה שהיא אורתוגונלית בקירוב טוב (משוואה (53)).

$$R_x = \frac{R_x'}{\|R_x'\|}, R_y = \frac{R_y'}{\|R_y'\|} \quad (51)$$

$$R_z = R_x \times R_y \quad (52)$$

$$R_E = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{bmatrix} \quad (53)$$

האלגוריתם של הפילטר הוא רובסטי, קל למימוש, אינו דורש כח חישובי גדול ואינו מסתמך על ידע טוב של התכונות ההסתברותיות של החיישנים. יתר על כן, מכיוון שהשיטה מבוססת על המשוואות הקינמטיות היא אינה מצריכה התייחסות מיוחדת לאי-לינאריות. כמו כן, היא כוללת פיצוי אדפטיבי של

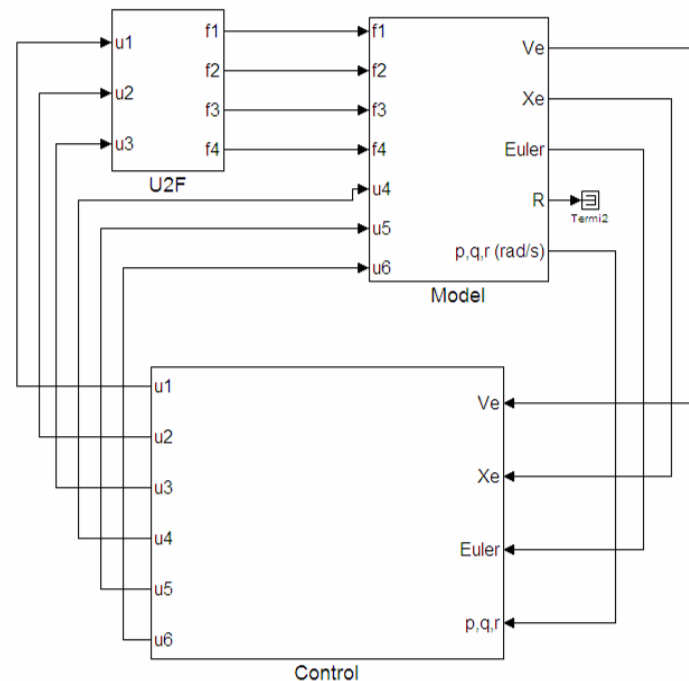
³ הערכת גודל השגיאה נעשית תחת ההנחה כי גודלם של הווקטורים הוא בקירוב 1 למרות השגיאה וההנחה ש- $e_{ortho} \ll 1$

רכיב הסחיפה (bias) האופייני לחיישני מהירות זוויתית מסוג solid state gyrometer. האלגוריתם משיג תוצאות טובות גם כאשר ישנו וקטור ייחוס אחד למערכת האינרציאלית. את וקטור הייחוס ניתן לקבל ממדי תאוצה או מגנטומטר תלת-צירי.

7. תוצאות סימולציות נומריות

המודל הדינאמי והבקרים שהוצגו בפרקים 4 ו-5 שימשו תשתית לפיתוח הסימולטור של ה-FAR. בעזרת הסימולטור נערכו המבחנים הבאים: (1) בחינה של התנהגות המודל הלא ליניארי של ה-FAR (ללא הזנחות וההנחות) תחת השפעת חוג הבקרה; (2) בחינה של יציבות המערכת בתחום תנאים דומה לצפוי בטיסה ועם מגוון תנאי התחלה; (3) הכנסה של אפקטים לא ליניאריים שלא הובאו בחשבון במודל האנליטי, כגון רוויה של מערכת ההנעה, התנהגות דיגיטלית (קצבי דגימה ושגיאת קוונטיזציה) והינתקות הזרימה מהכנפונים בזוויות גדולות אשר יוצגה במודל הנומרי בתור רוויה של זווית הטיית וקטור הדחף.

הסימולטור נבנה באמצעות MATLAB Simulink, שהיא סביבת עבודה גרפית המציגה ביטויים מתמטיים כתרשים מלבנים (בלוקים) ומאפשרת בנייה מודולרית של משוואות התנועה והבקרה של המערכת. במהלך הרצת הסימולטור, MATLAB Simulink מחשב פתרון נומרי של המשוואות הדיפרנציאליות. מבנה הסימולטור מוצג באיור 9 וכולל שני בלוקים עיקריים – בלוק המייצג את המבנה של ה-FAR ובלוק הבקר. בלוק המבנה מורכב ממשוואות התנועה של הגוף הקשיח ומייצוג הכוחות במערכת הצירים של הגוף בהתאם לכניסות ההפעלה (כוחות וזוויות הטיה). משוואות התנועה הלא ליניאריות של הגוף הקשיח שולבו בסימולטור באמצעות שימוש בבלוק מסוג 6DoF (Euler Angles) הכלול ב-Aerospace Blockset של ה-Simulink וייצוג הכוחות והמומנטים במערכת הגוף נכתב לפי משוואות (2) ו-(3). בלוק המבנה מקבל את כניסות הבקרה וממיר אותן לכוחות ולמומנטים הפועלים ביחס למערכת הצירים של הגוף לפי המפורט ב-(10). בנוסף, בלוק המבנה מפיק את נתוני המקום, המנה וניגזרותיהם המשמשים כניסות לבלוק הבקר שפותח לפי המפורט בפרק 5.



איור 9 – סימולטור MATLAB Simulink של ה-FAR

לבלוק משוואות התנועה הוזנו נתוני הגוף הקשיח (מסה, מטריצת אינרציה ואורך הקורות) המקורבים לאלו של מערכת הניסוי המוצגת בפרק 8 (סעיף 8.2).

כל התוצאות בפרק זה מוצגות באיורים בהם ארבעה גרפים: (a) מיקום x, y, z ; (b) זוויות אוילר ϕ, θ, ψ ; (c) כניסות הבקרה $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$; (d) f_1, f_2, f_3, f_4 הכוחות המופעלים על ידי יחידות ההנעה.

הפרמטרים של ה-FAR והמקדמים של הבקר ששימשו בשעת הסימולציה מפורטים בטבלה 1.

טבלה 1 – הפרמטרים של המערכת בסימולציה

$M = 0.95 [kg]$	מסה
$I = \begin{pmatrix} 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} [kg \cdot m^2]$	מטריצת אינרציה
$a = 1 [m]$	מוטת הקורות (מרחק מנוע למנוע)
$k_\theta = k_\phi = 0.3 \left[\frac{Nm}{rad} \right]; \quad k_\psi = 0.1 \left[\frac{Nm}{rad} \right]$	המקדמים של בקר המנח
$b_\theta = b_\phi = 0.5 \left[\frac{Nm}{rad} \sec^2 \right]; \quad b_\psi = 0.3 \left[\frac{Nm}{rad} \sec^2 \right]$	
$k_x = k_y = 1 [N/m]; \quad k_z = 2 [N/m]$	המקדמים של בקר המיקום
$b_x = b_y = 3 [N \sec^2/m]; \quad b_z = 6 [N \sec^2/m]$	

7.1 ייצוב מנח ללא בקרת מיקום

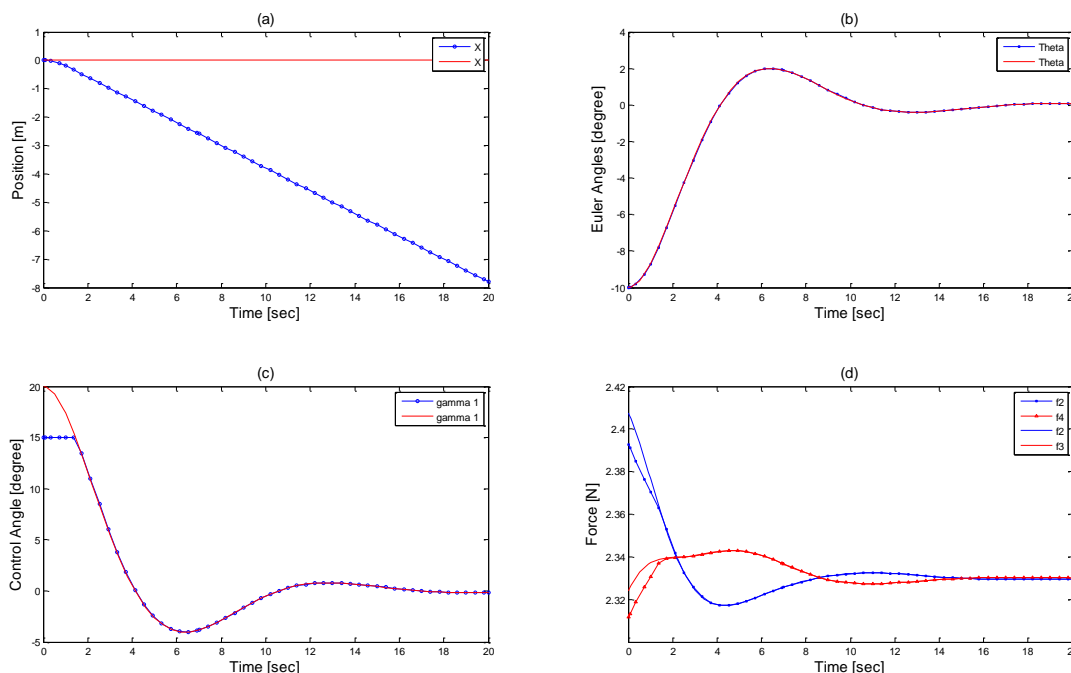
המודל הדינאמי הליניארי של המנח המופיע ב-(26) מראה כי המנח אינו תלוי במיקום ואף כי משוואות התנועה של זוויות המנח הן בלתי תלויות זו בזו. הואיל וכך ישנה מוטיבציה לבחון את פעולת חוג הבקרה של המנח בנפרד מחוג הבקרה של המיקום. חוג הבקרה של המנח מבצע שני תפקידים, הראשון – ייצוב המנח והשני – ניתוק הצימוד בין המנח לתנועה המרחבית (לטרלית) של ה-FAR. ייעוד סימולציה זו הוא לבחון את יציבות ואיכות ניתוק הצימוד של בקר המנח ללא השפעת בקר המיקום. בסימולציה זו המקדמים של בקר המיקום $k_{x,y,z}, b_{x,y,z}$ הוגדרו כולם אפס ולכן מערכת הבקרה לא תפצה על סטייה מרחבית של המערכת מנקודת שיווי המשקל. הסימולציה נערכה בשתי תצורות, הראשונה עם תכונות אידיאליות של מערכת ההנעה וההפעלה והשנייה עם הוספת אילוף רוויה על מערכת ההנעה (כוחות) וזווית ההטיה. הוספת אילוף הרוויה על מערכת ההנעה מדמה את המגבלה של המנוע ומקור הכוח (סוללה) לספק דחף באופן שרירותי. אילוף הרוויה על זווית ההטיה מדמה את המודל האווירודינאמי של הכנפון ובייחוד את תופעת הינתקות הזרימה (הזדקרות) בזוויות התקפה של מעל 15 מעלות. האילוצים מוסיפים למודל תיאור של שתי תופעות דומיננטיות שלא נחקרו בחלק האנליטי של פיתוח המודל ולא הובאו בחשבון בעת תכנון הבקר. חשוב לראות כי תופעות אלו אינן גורמות לחוסר יציבות של ה-FAR. בהתאמה לתכונות המנוע של מערכת הניסוי (ראה סעיף 8.5.3) האילוף על הכוח נקבע ל- $f_{\max} = 5 [N]$

ובהתאמה למודל האווירודינמי המתואר בפרק 4 (סעיף 4.1) האילוף על זווית ההטיה נקבע ל-

$$\gamma_{\max} = 15^\circ$$

7.1.1 סימולציה לתנאי ההתחלה בזווית $\theta = -10^\circ$

מטרת הסימולציה לערוך השוואה בין התנהגות המערכת האידיאלית, ללא אילוצי רוויה, לבין המערכת עם אילוצי רוויה על זווית ההטיה ועל גודל הדחף. תוצאות הסימולציה מוצגות באופן השוואתי באיור 10 כאשר תוצאות הסימולציה של המודל האידיאלי מוצגות בקווים חלקים ללא סמנים. כדי שהתוצאות יהיו נוחות להבנה נערכה סימולציה בה תנאי ההתחלה כולם שווים לאפס מלבד תנאי ההתחלה (θ) בזווית $\theta = -10^\circ$. הסימולציה מדמה תנועה במשך 20 שניות. התוצאות המוצגות באיור 10 (b) מלמדות כי המערכת יציבה תחת תנאי הסימולציה וכי אילוצי הרוויה אינם משפיעים על יכולת הבקר לייצב את המנח (הזווית θ). בנוסף באיור 10 (a) רואים כי ללא אילוף הרוויה לא ניכר שינוי במיקום המרחבי של המערכת גם ללא הפעלה של בקר המיקום. לעומת זאת כצפוי, תחת אילוף רוויה, הבקרה אינה יכולה לייצר מספיק כוח על מנת למנוע את תנועת המערכת ומתפתחת תאוצה לאורך ציר x . עם זאת, התאוצה נעלמת ברגע שייצוב הזווית מוציא את המערכת מתחום הרוויה ($T \approx 1.5 \text{ sec}$) והתאוצה הופכת לתנועה במהירות קבועה שלא נעלמת בהיעדר ריסון ובהיעדר בקר מיקום. נציין כי מלבד התנועה לאורך ציר x וסביב ציר y (הזווית θ) לא ניכרת תנועה של ממש באף אחת מדרגות החופש האחרות שאינן מתוארות באיור.



איור 10 – תוצאות סימולציה ללא ייצוב מקום – השוואה בין מודל אידיאלי למודל עם אילוצי רוויה

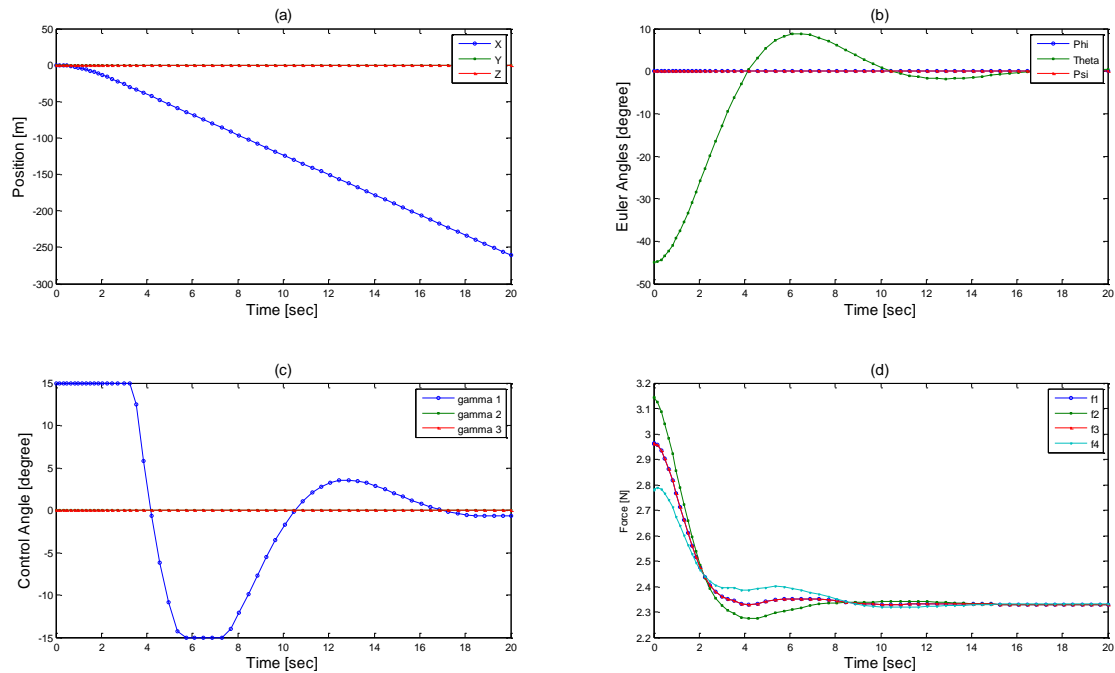
ת"ה $\theta = -10^\circ$; תוצאות הסימולציה של המודל האידיאלי מוצגות בקווים חלקים ללא סמנים.

תופעות הרוויה ניכרות באיור 10 (c) ו-10 (d). באיור 10 (c) רואים כי זווית ההטיה של הכנפון חסומה ב- 15° ובאיור 10 (d) רואים כי צד הרוויה של זווית הבקרה משפיעה על קצב הטיפוס (slew rate) של הכוחות הגורמים למומנט המתקן.

המסקנה העולה מסימולציה זו היא כי התחום בו המערכת הלא אידיאלית עם משטחי ההיגוי מופעלת מלא, מוגבל.

7.1.2 סימולציה לתנאי ההתחלה בזווית $\theta = -45^\circ$

סימולציה זו מדגימה את המתרחש במערכת לא אידיאלית עם תנאי התחלה קיצוניים. הסימולציה מדמה את ייצוב המנח של המערכת הכוללת אילוצי רוויה מתנאי התחלה קיצוני $\theta = -45^\circ$ ומדגימה כי גם עם תנאי התחלה קיצוניים מנח המערכת נישאר יציב. תוצאות הסימולציה מוצגות באיור 11 המציג את כלל משתני המיקום והמנח של המערכת. באיור 11 (b) רואים כי ההתכנסות של זווית המנח חלקה ואין עליה השפעה של אפקטים לא ליניאריים. באיור 11 (c) ו-11 (d) ניכרת הרוויה של כניסת הבקרה והשפעת הרוויה על כוחות הדחף שמפיקה מערכת הבקרה. באופן כללי ניתן לראות כי לא ניכרת השפעה על משתני מיקום ומנח, מלבד x והזווית θ וזאת בדומה לתוצאות הסימולציה שהוצגו קודם לכן. ההבדל העיקרי בהשוואה לתוצאות הסימולציה הקודמת הוא תאוצה גדולה יותר לכיוון ציר x המתיישבת עם הזווית הגדולה והזמן הארוך יותר ($T \approx 7.5 \text{ sec}$) בו נמצאת המערכת בתחום הרוויה.



איור 11 – תוצאות סימולציה ללא ייצוב מקום עם תנאי התחלה קיצוני

$$\theta = -45^\circ \text{ ת"ה}$$

שתי מסקנות חשובות עולות מניתוח התוצאות של שתי הסימולציות זו המוצגת כאן וזו בסעיף הקודם. המסקנה הראשונה היא שבכיוון ציר z יש ניתוק מלא של הצימוד בין המנח לתנועה הקווית בזכות מערכת הבקרה והמסקנה השנייה היא שהחוג הסגור בכיוון ציר x (וציר y) של הגוף מנתק את הצימוד בין המנח לתנועה הרוחבית כאשר זווית הכנפונים מחוץ לתחום הרוויה. מסקנה זו נובעת מכך שהתנועה בכיוון ציר x היא תנועה במהירות קבועה לאחר שאותות הבקרה יוצאים מתחום הרוויה. מכאן ניתן אף להבין שככל שתגדל זווית ההטיה (גלגול או עלרוד) ותגרום לאות בקרה מעבר לתחום הרוויה תגדל התאוצה בכיוון ציר x (וציר y).

7.1.3. סימולציה לתנאי ההתחלה בכל הזוויות ועדכון מקדמי הבקר

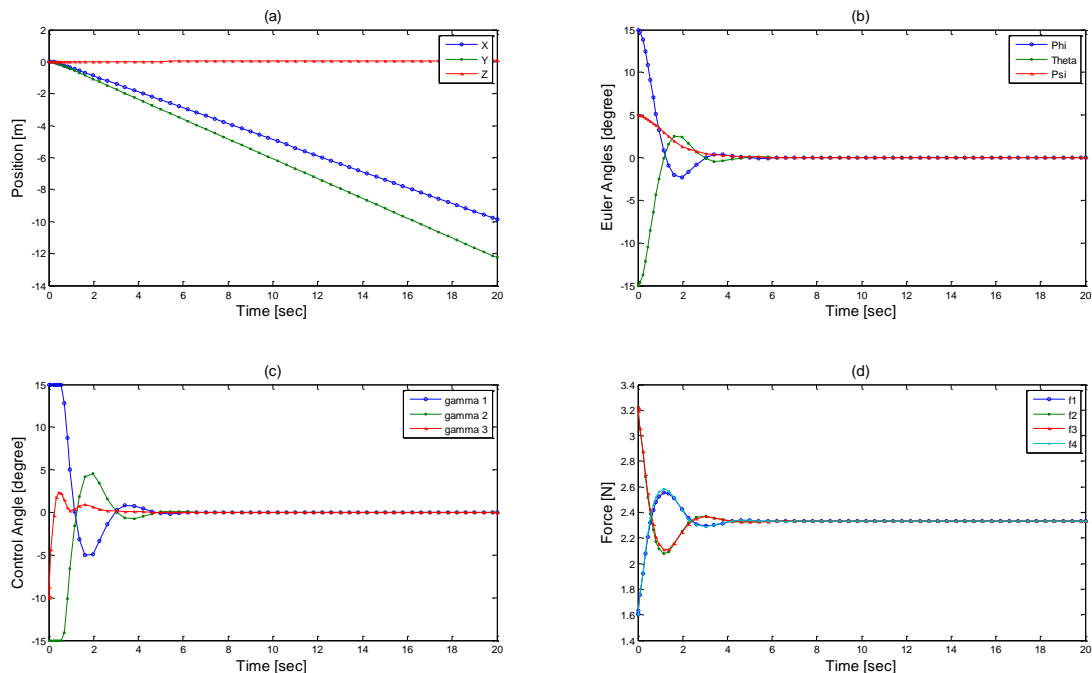
שתי הסימולציות הקודמות הציגו תנאי התחלה שונה מאפס על זווית אחת מבין השלוש של המנח. חשוב להראות גם את יכולת מערכת הבקרה להתמודד עם תנאי התחלה שונים מאפס בכל זוויות המנח. מלבד זאת תוצאות שתי הסימולציות הקודמות הראו זמן עלייה (rise time) של כ-5 שניות והתייצבות בקרבת הנש"מ לאחר כ-15 שניות. זמנים אלו ארוכים ומעידים על דינאמיקה איטית יחסית לרצוי במערכת טסה. הואיל וכך נבחרו לבקר מקדמים חדשים שיעניקו למערכת דינאמיקה מהירה יותר וקשיחות גדולה יותר (המקדמים החדשים מוצגים בטבלה 2). תוצאות הסימולציה עם המקדמים המעודכנים ותנאי ההתחלה השונים מאפס וגדולים מזווית הרוויה של המפעילים מוצגות באיור 11. התוצאות מלמדות כי: (1) המערכת יציבה ומתכנסת בצורה חלקה לנש"מ של המנח גם עם תנאי התחלה שונים מאפס בכל הזוויות הגורמים לרוויה ביותר מאות בקר אחד; (2) לאחר השינוי במקדמים, זמן העלייה וזמן ההתייצבות התקצרו משמעותית לשנייה אחת ולכ-4 שניות בהתאמה. בעקבות תוצאות אלו נעשה שימוש במקדמים המוצגים בטבלה 2 בסימולציות שנערכו בהמשך.

טבלה 2 – מקדמים מעודכנים לבקר המנח

$$k_{\theta} = k_{\phi} = 4 \left[\frac{Nm}{rad} \right]; \quad k_{\psi} = 3 \left[\frac{Nm}{rad} \right]$$

$$b_{\theta} = b_{\phi} = 1.2 \left[\frac{Nm}{rad} \sec^2 \right]; \quad b_{\psi} = 2.4 \left[\frac{Nm}{rad} \sec^2 \right]$$

המקדמים של בקר המנח



איור 12 – תוצאות סימולציה ללא ייצוב מקום לאחר עדכון מקדמי הבקר

$$\phi = 15^\circ; \theta = -15^\circ; \psi = 5^\circ$$

7.2 ייצוב ובקרת מיקום

בפרק זה יוצגו תוצאות סימולציות הבוחנות את פעולת הבקר מייצב המיקום הפועל ביחד עם בקר המנח. הסימולציות נערכו תוך שימוש במודל הדינאמי הלא ליניארי כולל אילוצי הרוויה של מערכת ההפעלה. נערכו שלושה מבחנים: (1) מבחן להתכנסות המערכת עם תנאי התחלה במיקום שונים מאפס; (2) מבחן שמירה על מיקום כאשר תנאי ההתחלה על המנח גורמים לתנועה בשל רוויה של אותות הבקרה בדומה למודגם בסעיף הקודם (7.1.3); (3) מבחן שמירה על מיקום כאשר נתונים תנאי התחלה שונים מאפס במנח ובמיקום יחד. בנוסף בוצעו סימולציות המדגימות שמירה על מיקום בשעה שזוויות המנח אינן אפס והתייצבות לאחר הפרעה חיצונית בזווית הגלגול. הסימולציות בוצעו עם הפרמטרים המפורטים בטבלה 3.

טבלה 3 – הפרמטרים של המערכת בסימולציה

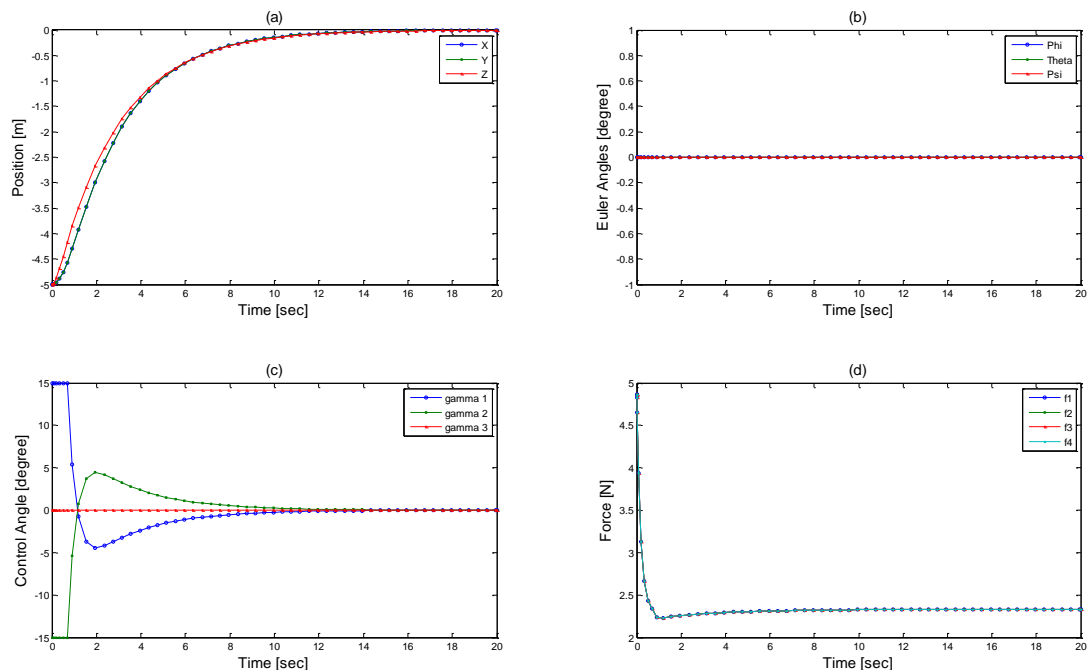
$M = 0.95[kg]$	מסה
$I = \begin{pmatrix} 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} [kg \cdot m^2]$	מטריצת אינרציה
$a = 1[m]$	מוטת הקורות (מרחק מנוע למנוע)
$k_\theta = k_\phi = 4 \left[\frac{Nm}{rad} \right]; \quad k_\psi = 3 \left[\frac{Nm}{rad} \right]$	המקדמים של בקר המנח
$b_\theta = b_\phi = 1.2 \left[\frac{Nm}{rad} \sec^2 \right]; \quad b_\psi = 2.4 \left[\frac{Nm}{rad} \sec^2 \right]$	
$k_x = k_y = 1[N/m]; \quad k_z = 2[N/m]$	המקדמים של בקר המיקום
$b_x = b_y = 3[N \sec^2/m]; \quad b_z = 6[N \sec^2/m]$	

7.2.1. התכנסות מתנאי התחלה שונים מאפס במקום

סימולציה זו בוחנת את התכנסות המקום כאשר המנח נמצא בנש"מ. תנאי ההתחלה במקום הם $X = -5m$; $Y = -5m$; $Z = -5m$ ותנאי ההתחלה של המנח שווים לאפס.

איור 13 (a) מראה התכנסות חלקה של המקום לנש"מ אף על פי שניכר מאמץ בקרה משמעותי הגורם לכך שכל כניסות הבקרה מגיעות לרוויה. תופעת הרוויה ניכרת בכניסות הבקרה של זוויות ההטיה המוצגות באיור 13 (c) ובאיור 13 (d) בו רואים כי כוחות הדחף מגיעים (באופן רגעי) לערך המרבי שלהם $5N$. התנהגות זוויות המנח מוצגת באיור 13 (b) המראה כי אין הפרעה למנח גם בתמרון חריף (מבחינת מאמץ בקרה) במקום. איור 13 (d) מראה כי תוצאה זו אינה נובעת ממאמץ של בקר המנח וזאת מכיוון שכוחות הדחף זהים בעוצמתם. תוצאה זו מתאימה וצפויה בשל העובדה שהמודל מציג כי אין צימוד בין המנח למקום.

תוצאות סימולציה זו מעידות על יציבות המערכת גם תחת תנאי התחלה גדולים במקום הגורמים לרוויה של אותות הבקרה. אם כי קשה להסיק זאת מהתוצאות הגרפיות ברור כי הרוויה של אות הבקרה מגבילה את גודל הכוח שניתן להפיק בכיוון ציר x וציר y ולכן את גודל התאוצה שניתן ליצור או להתגבר עליה (הפרעות) בכיוונים אלו. יחד עם זאת ניתן להסיק כי המקום למנח הוא מלא (להפך לא) וניתן לבצע שינוי מקום מרחבי של כלי הטיס בלי להשפיע כלל על המנח שלו.

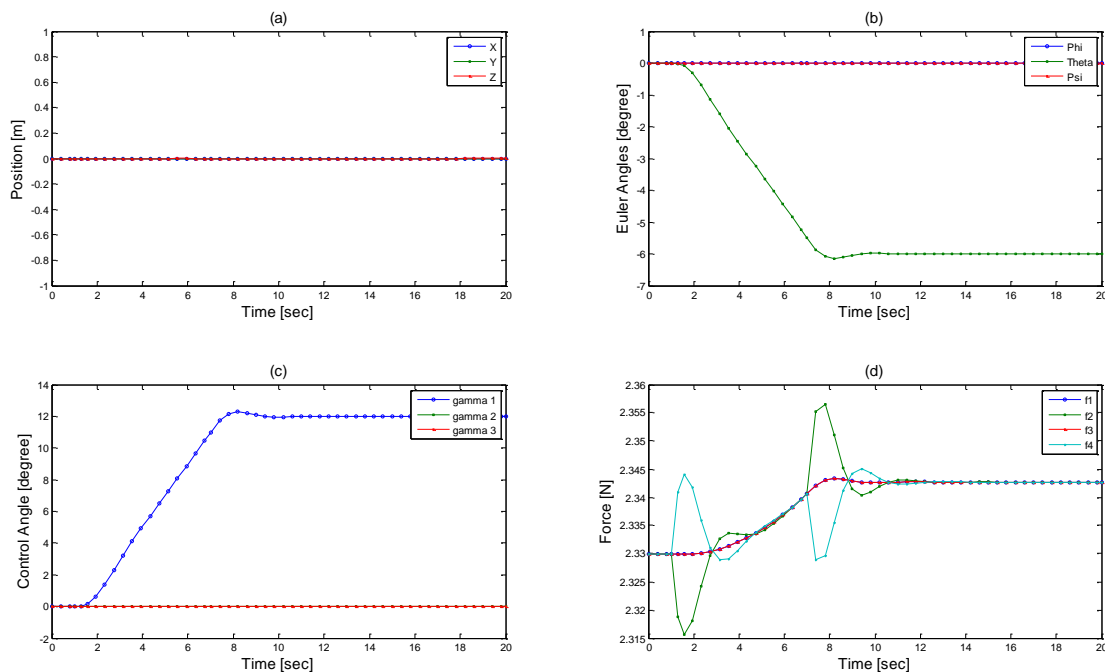


איור 13 – תנאי התחלה של המקום שונים מאפס

7.2.2. ייצוב מקום במהלך תמרון גלגול

מטרת הסימולציה היא להדגים את הביצועים של בקר ייצוב המקום בעת ביצוע תמרון המשנה את הזווית המרחבית של ה-FAR. הניסוי מציג שמירה על מיקום כאשר כלי הטיס אינו אופקי. לצורך כך סימולציה זו מדמה תמרון בו ה-FAR מבצע גלגול ונשאר בזווית גלגול קבועה. לשם כך מוכנס שינוי בנקודת ההתכנסות של הזווית θ – הסימולציה מתחילה במצב יציב בנש"מ, לאחר שנייה אחת נקודת ההתכנסות משתנה בקצב של $-1^\circ/\text{sec}$ במשך 6 שניות ולאחר מכן נשארת קבועה בזווית של -6° . תוצאות הסימולציה מוצגות באיור 14. איור 14 (b) מראה את שינוי הזווית לאורך הסימולציה, מכיוון שנקודת ההתייבשות של הזווית משתנה באופן לא רציף ניתן להבחין בתופעות מעבר גם באיור 14 (b) וגם באיור 14 (d) המציג את כוחות הדחף. איור 14 (c) מראה כיצד אות הבקרה של זוויות ההטיה של הדחף פועל כדי לפצות על הכוחות הצידיים הנובעים מגלגול הכלי והתוצאה באיור 14 (a) מראה כי אין שינוי במקום של ה-FAR במהלך ביצוע התמרון.

הסימולציה מדגימה היטב כי ב-FAR ניתן לשלוט בזווית המרחבית (בתחום מסוים) באופן בלתי תלוי במיקום המרחבי. תכונה זו עומדת בבסיס התכנון של ה-FAR ומערכת הבקרה שלו.

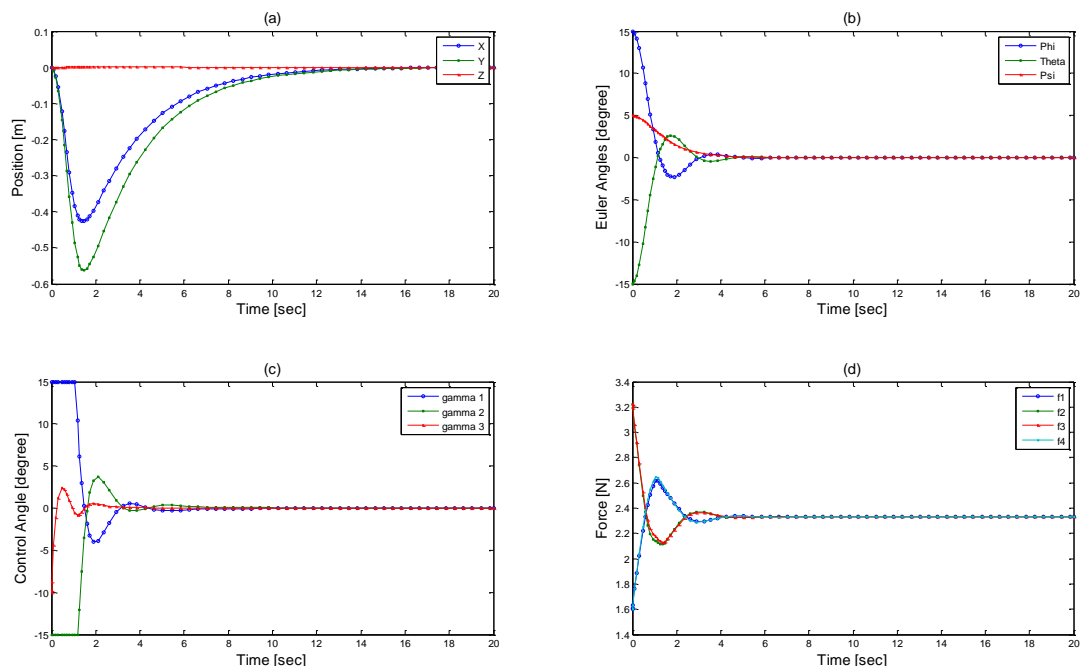


איור 14 – ייצוב מקום במהלך תמרון גלגול

7.2.3. תנאי התחלה על המנח הגורמים לתנועה מרחבית

בסעיף 7.1.3 הודגם כי עם תנאי ההתחלה גדולים מספיק על המנח וללא בקרת מקום הרוויה של מערכת ההפעלה תגרום לכך שמערכת הבקרה לא תוכל להתגבר על הכוחות הצידיים ותחל תנועה מרחבית של ה-FAR במישור xy . מטרת הסימולציה זו היא לבחון את הביצועים של מערכת הבקרה כולל בקר המקום תחת אותם התנאים. תנאי ההתחלה במנח זהים לאלו שהופעלו בסעיף 7.1.3)
 $(\phi = 15^\circ; \theta = -15^\circ; \psi = 5^\circ)$ ותנאי ההתחלה של המקום שווים לאפס. התנועה המרחבית נגרמת מפני שזוויות ההפעלה הדרושות בתנאי ההתחלה מגיעות אל תחום הרוויה ומערכת הבקרה לא יכולה להפיק

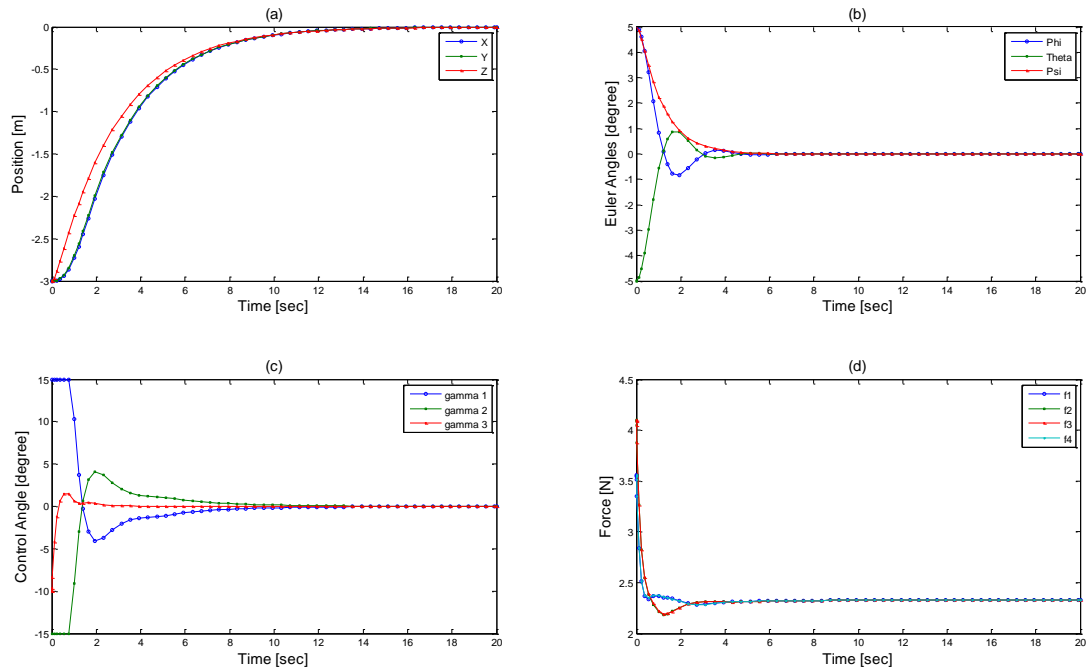
כוחות המתנגדים לתנועה במצב זה. ניתן לבחון את התוצאות בסעיף זה לאור התוצאות שהוצגו בסעיף 7.1.3 (איור 12) שהראו כי תנאי ההתחלה גרמו לתנועה מרחבית במהירות קבועה של כ- 0.75 m/sec . באיור 15 (a) רואים כי על אף שהמהירות הקווית ההתחלתית דומה, מיד כאשר בקר המנח מקטין את זוויות המנח מחוץ לתחום הרוויה התחיל להופיע כוח שהופך את כיוון המהירות וגורם להתכנסות המקום של ה-FAR לנש"מ. בהתבוננות באיור 15 (c) אפשר לראות כי גם לאחר שזוויות המנח קטנות מסף הרוויה, זוויות הבקרה ממשיכות להיות ברוויה על מנת לספק את מרב הכוח כדי לגרום להתכנסות המקום. התוצאות כאן מראות כי בדומה לתוצאות בסעיפים הקודמים במקביל לפעולת הבקר שמייצב את המנח, בקר המקום מייצב את ה-FAR לנש"מ מבלי שניכרת הפרעה לביצועים של בקר המנח.



איור 15 – תנאי התחלה על המנח הגורמים לתנועה מרחבית

7.2.4. תנאי התחלה שונים מאפס במנח ובמקום יחד

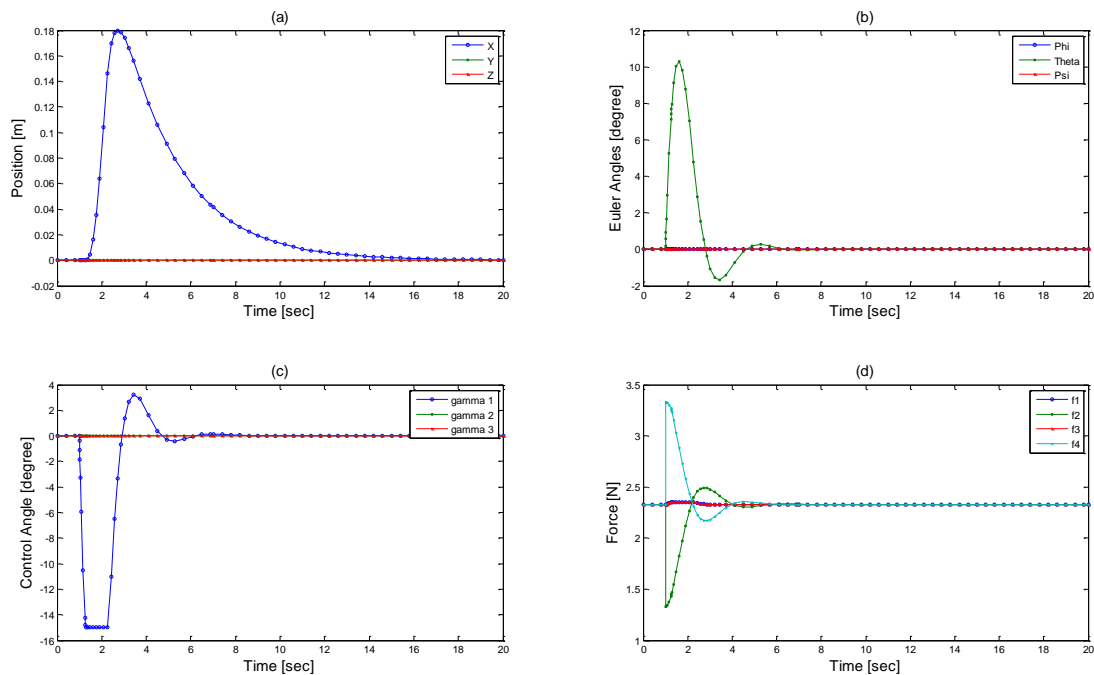
בסימולציות שהוצגו עד כה הודגמו תנאי ההתחלה שונים מאפס של המנח או של המקום בנפרד. חשוב להראות גם את היכולת של מערכת הבקרה להתמודד עם מצב בו תנאי ההתחלה רחוקים מנקודת שיווי המשקל בכל דרגות החופש. תוצאות הסימולציה עם תנאי ההתחלה על כל דרגות החופש $\phi = 5^\circ; \theta = -5^\circ; \psi = 5^\circ$ ו- $X = -3; Y = -3; Z = -3$ מוצגות באיור 16. באיור 16 (c) ו-16 (d) ניתן לראות כי השילוב של תנאי ההתחלה גורם לרוויה של מערכת ההפעלה. עם זאת התוצאות המוצגות באיור 16 (a) ו-16 (b) מלמדות על התייצבות חלקה לנש"מ גם תחת תנאים אלו.



איור 16 – תנאי התחלה שונים מאפס על המנח והמקום יחד

7.2.5 הפרעה בזווית הגלגול

מטרת הסימולציה היא לבחון את הביצועים של מערכת הבקרה (שמירה על המיקום והמנח) לאחר הפרעה רגעית משמעותית (perturbation) בזווית θ . הפרעה מסוג זה יכולה להתרחש תוך כדי טיסה בקרבת כלי טיס אחר או עקב משב רוח. הסימולציה מתחילה כאשר ה-FAR בשיווי משקל. בזמן $T = 1$ מושפע ה-FAR ממומנט חיצוני בגודל של $100N$ למשך $10mSec$, הגורם לזווית גלגול מרבית של כ- 10^0 . התוצאות המוצגות באיור 17 (c) מראות כי כניסת הבקרה של זווית ההטיה של משטחי ההיגוי מגיעה לתחום הרוויה ולכן מתרחשת תזוזה במיקום של $0.18m$. התוצאות של סימולציה זו והמסקנות ממנה דומות לאלו שהתקבלו בסעיף 7.2.3 בו הודגמה התכנסות של המערכת לנש"מ מתנאי התחלה על המנח הגורמים לרוויה של מערכת ההפעלה. התוצאות מלמדות כי הבקר מפצה ומתקן על הפרעה בזווית ובמיקום וה-FAR חוזר לנש"מ בצורה חלקה.



איור 17 – הפרעה בזווית הגלגול

7.3 סיכום תוצאות הסימולציה

תוצאות כל הסימולציות שהוצגו לעיל מראות התכנסות חלקה לנש"מ ממבחר תנאי התחלה ומלמדות כי ה-FAR עם הבקר יציב בסביבה רחבה מספיק לטיסה בתנאים מציאותיים. ניתן גם ללמוד כי בקר המנח מייצב את כלי הטיס לנקודת ההתכנסות בצורה חלקה ומהירה וכך מאפשר התכנסות גם של בקרת המקום. ניכר כי דווקא העובדה שזווית ההטיה של הדחף חסומה מבטיחה מומנט זמין לתיקון המנח ומבטיחה את ההתכנסות החלקה של המנח. מכאן ניתן להבין שככל שנקודת ההתכנסות של המנח בגלגול ובעלרוד רחוקה מריחוף אופקי יהיה פחות כוח זמין לייצוב המקום. התוצאות מסייעות ללמוד את יכולות מערכת הבקרה ומגבלותיה הנובעות מתכונות המפעילים שלא הוכנסו למודל.

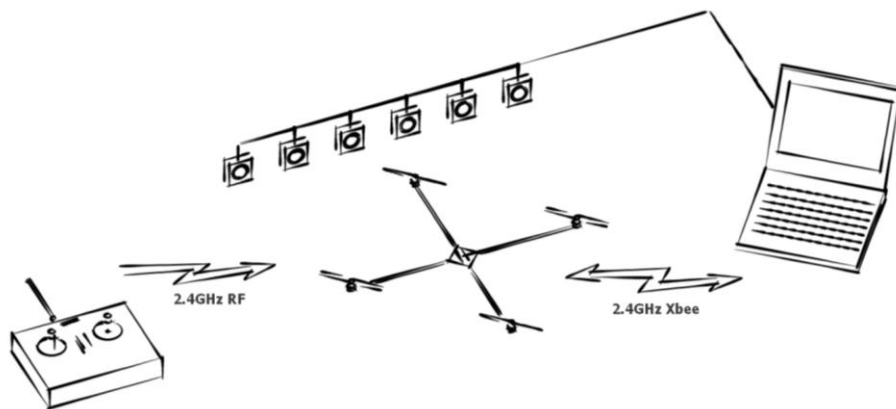
8. ניסויים

במסגרת המחקר פותחה מערכת ניסוי שמטרתה ביצוע ניסויים המדגימים את פעולת הבקר על פלטפורמה ממשית (real world) ומאפשרים השוואה בין המודל האנליטי לבין מערכת הניסוי וכן השוואה בין כלי טיס מסוג quadrotor לבין FAR. בעזרת מערכת הניסוי בוצעו ניסויים בהם הוכנסו הפרעות (perturbation) במאפיינים שונים. הניסויים שבוצעו מראים את תגובת המערכת להפרעה במיקום ובזוויות ההטיה של כלי הטיס. בנוסף, מערכת הניסוי מדגימה את התכונות המבדילות מערכת ממשית ממערכת אידיאלית כגון השפעת תכונות המפעילים (דינאמיקה, תחום פעולה), זמני התגובה של תוכנה וקצבי הדגימה על ביצועי המערכת.

בפרק זה תואר מערכת הניסוי על מרכיביה, יתוארו תהליכים שבוצעו על מנת לזהות את הפרמטרים של המערכת ותוצאותיהם ולאחר מכן יפורטו ניסויים המדגימים את פעולת המערכת ותוצאותיהם.

8.1 מערכת הניסוי

במסגרת המחקר פותחה מערכת ניסוי המאפשרת יישום הבקרים ובדיקת הביצועים שלהם על גבי כלי טיס. באיור 18 מוצג תיאור של מבנה מערכת הניסוי. מערכת הניסוי כוללת: כלי טיס – FAR, מערכת משוב מיקום ומנח בשש דרגות חופש מבוססת מצלמות ושלט רחוק. השלט רחוק משמש לצורך בטיחות וכן לבקרה ידנית מלאה או חלקית לצורך ביצוע ניסויים במאפיינים שונים. חוג הבקרה בין מערכת המעקב לכלי הטיס נסגר דרך ערוץ תקשורת אלחוטי מסוג ZigBee. באיור 19 מוצגת המערכת בעת ניסוי.



איור 18 – מבנה מערכת הניסוי

8.2 כלי טיס

כפי שהוצג בפרק העוסק במודל, במודל המפושט של ה-FAR יחידות ההנעה מספקות דחף ויכולת להטותו ללא מגבלות וללא הפרעות. מבחינה מעשית אין זה פשוט לבנות מערכת עם יחידות ההנעה וקטוריות שתהיה נוחה לביצוע ניסויים במעבדה. בהתאם לכך הוחלט לבנות פלטפורמה עם תכונות דומות להנעה וקטורית ככל האפשר.



איור 19 – המערכת בעת עריכת ניסוי

מנקודת המבט של עבודה זו, התכונה המאפיינת יחידות הנעה מבוססות רוטורים רגילים היא מומנט אווירודינמי ריאקטיבי שאינו קיים במערכת עם הנעת דחף. על מנת להקטין את השפעת המומנט הריאקטיבי בכלי עם יחידות הנעה מבוססות רוטורים תוכנן ונבנה כלי טיס בו היחס בין אורך הכלי (מרחק מנוע למנוע) למימדי הרוטורים ($8'' \times 4''$) גדול במיוחד יחסית ל-quadrotor מקובל. הגדלת היחס משרתת את הקטנת ההשפעה בשתי דרכים: הראשונה, בניית פלטפורמה באורך של 100 ס"מ לעומת אורך מקובל של 40-60 ס"מ מגדילה את מומנט האינרציה בצורה ניכרת בשל הקשר הריבועי בין מומנט האינרציה לאורך והשנייה, בחירת רוטורים קטנים יחסית למקובל, מקטינה את המומנט הריאקטיבי המופק מיחידות ההנעה. תוצר לוואי של בחירה זו (מימדים) הוא הגדלת המומנט הזמין לייצוב הגלגול והעלרוד. שימוש במשטחי ההיגוי לייצוב הסבסוב מגדיל את המומנט הזמין לייצוב הסבסוב לעומת ה-quadrotor בשני סדרי גודל. כפי שצוין בפרק 4 (סעיף 4.3) קיים הבדל של שני סדרי גודל במקדם המקשר בין הדחף למהירות הסיבוב הרוטור לבין המקדם המקשר בין המומנט הריאקטיבי למהירות הסיבוב.

יחידת ההנעה של מערכת הניסוי (איור 20) כוללת מנוע זרם ישר נטול מברשות (brushless DC – BLDC) דגם AX 2306N 1300kv brushless Micro Motor, בקר מהירות אלקטרוני (ESC – Electronic Speed Control) דגם Mystery 12A Brushless Speed Controller (Blue Series) ומדחף בגודל $8'' \times 4''$. שילוב זה יכול להפיק עד כ-5N של דחף תוך כדי צריכת הספק חשמלי של כ-100W (סעיף 8.5.3). משטח ההיגוי הותקן מתחת למנוע, לאורך הקורה הנושאת את המנוע כאשר סרוו טיסנים זעיר משמש להפעלתו. מימדי משטח ההיגוי נקבעו ל- $20 \times 10 \text{ cm}$ (כ- $8'' \times 4''$) כך שיתאימו למימדי הרוטור. זווית ההטיה המרבית של משטח ההיגוי מוגבלת בגלל המבנה המכאני לכ- $\pm 20^\circ$ מהמצב האנכי בו משטח ההיגוי מקביל לכיוון זרימת האוויר מהרוטור. נזכיר כי ההערכה במודל המוצג באיור 6 היא כי הזווית המרבית בה משטח ההיגוי יעיל היא $\pm 15^\circ$.

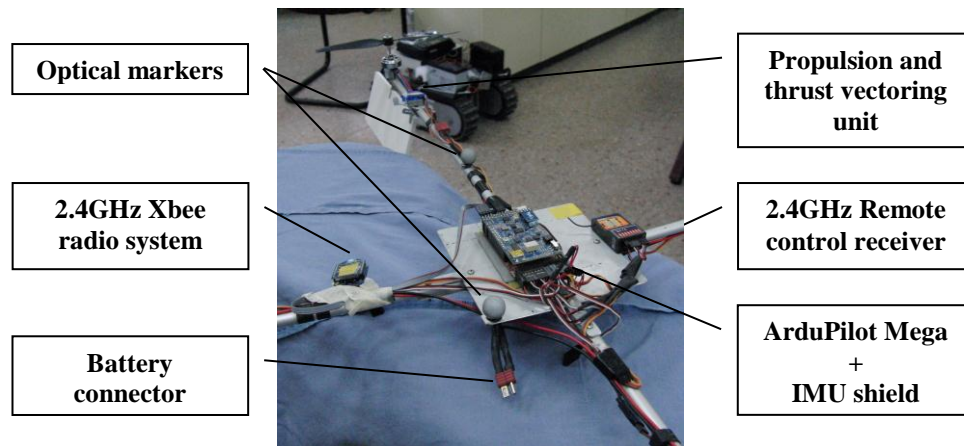


איור 20 – יחידת הנעה במערכת הניסוי

על מנת לקצר את זמן פיתוח כלי הטיס הוחלט להימנע מפיתוח עצמי של מערכת הבקרה, להשתמש ככל האפשר בידע קיים ולבנות מערכת מבוססת על רכיבים שניתן לרכוש. בעת ביצוע המחקר קיימות מספר חברות מסחריות המספקות מערכות מסוג quadrotor, מלבד החברות קיימות גם קבוצות המפתחות קוד וחומרה לפי מודל הקוד הפתוח. מכיוון שמערכות מסחריות הן סגורות ואינן מאפשרות את הגמישות הדרושה בעת מחקר הוחלט לבחור מערכת קוד פתוח. לאחר בדיקה, נבחרה מערכת מתוצרת DIYDRONES המספקת ציוד לחובבים המפתחים כלי טיס לא מאוישים. המערכת מבוססת על נגזרת של פלטפורמת מחשוב וחומרה פתוחה מסוג ARDUINO הנקראת ArduPilot Mega. במעבדה בה נערך המחקר יש ניסיון ניכר עם מערכות ARDUINO, בנוסף קיימת קהילת קוד פתוח פעילה העוסקת ספציפית ב-quadrotor המבוסס על החומרה הנ"ל. לכן, בחירה במערכת מסוג זה מאפשרת בניית quadrotor והגעה למצב מוכן לטיסה עם התכונות הנדרשות לביצוע ניסויים כגון מערכת תקשורת ואיסוף נתונים, בזמן קצר יחסית לזמן הנדרש לפיתוח עצמי. המערכת שנבחרה הכוללת חומרה ותוכנה מתאימה ל-quadrotor רגיל ומספקת את הממשק למערך החיישנים (IMU) שנמצא על גבי הפלטפורמה, ממשק לעד שמונה מפעילים מסוג סרבו לטיסנים, ממשק למערכת שלט רחוק וערוץ תקשורת אלחוטי (איור 21). התוכנה עברה שינוי והתאמה לצרכי המחקר, השינויים כללו: פיתוח פרוטוקול תקשורת הפועל על גבי ערוץ אלחוטי מסוג XBee בתדר 2.4GHz בין המערכת שעל כלי הטיס לבין חלק המערכת מבוסס ה-PC; פיתוח של תוכנה להפעלת משטחי ההיגוי; ופיתוח של קוד הבקרה בהתאם למתואר בעבודה זו. תוכנת הבקרה של כלי הטיס עובדת בקצב עדכון של כ-200Hz.

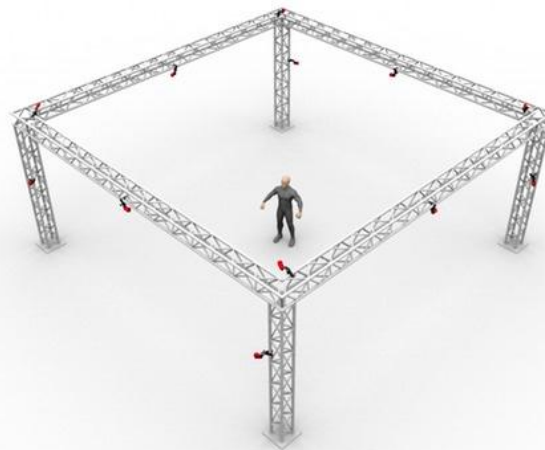
8.3 מערכת עקיבה מבוססת מצלמות

המעבדה בה נערך המחקר מצוידת במערכת עקיבה מבוססת מצלמות שיכולה לספק משוב מיקום ומנח בשש דרגות חופש בזמן אמת. המערכת מתוצרת חברת OptiTrack כוללת שתיים עשרה מצלמות ותוכנה ייעודית, עוקבת אחרי סמנים אופטיים (מחזירי אור – איור 21) המוצמדים לעצם אחריו יש לעקוב, מקליטה את מסלול תנועתו של העצם ויכולה להזרים בזמן אמת את הנתונים ליישומים אחרים. מערכת העקיבה מספקת דיוק במיקום ברזולוציה הקטנה ממילימטר בקצב עדכון מעשי של כ-10Hz. המצלמות מותקנות סביב זירת הניסויים באופן שמבטיח כיסוי של נפח הזירה (איור 22). מימדי זירת הניסויים האפקטיבית כ-3×4×3 מ'.



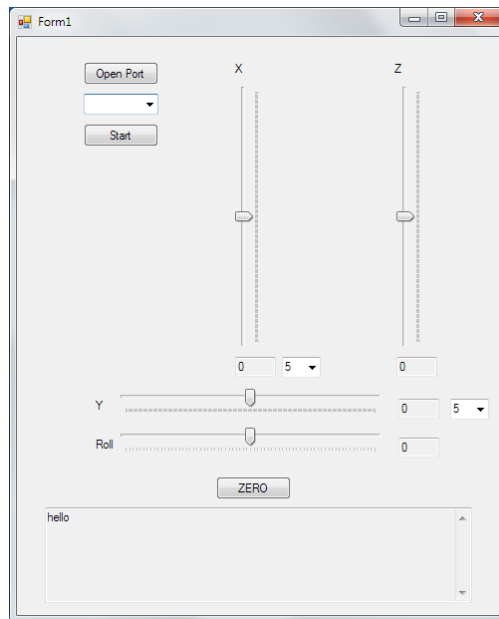
איור 21 – מערכת הניסוי – מערכת הבקרה והשליטה ויחידת הנעה

להשלמת מערכת הניסוי פותח יישום מבוסס PC המקשר בין מערכת העקיבה לכלי הטיס באמצעות ערוץ התקשורת. תמונת מסך הבקרה של היישום מוצגת באיור 23. מסך הבקרה כולל: פקדים לחיבור ערוץ התקשורת אל כלי הטיס; פקדים לקביעת נקודת ההתכנסות של המקום ושל זווית הגלגול; כפתור המביא את נקודת ההתכנסות לאפס; ואזור המציג הודעות על מצב כלי הטיס. היישום קורא את נתוני המיקום והמנח ממערכת העקיבה, מפיק אות לתיקון המקום ומעביר אותו למערכת הבקרה של כלי הטיס באמצעות פרוטוקול תקשורת הפועל על גבי ערוץ אלחוטי מסוג XBee בתדר 2.4GHz. בנוסף היישום מאפשר למפעיל לשנות את נקודת ההתכנסות של המקום ואת נקודת ההתכנסות של זווית הגלגול. קצב העדכון של נתוני המקום על ידי מערכת העקיבה קובע את תדר הפעולה של בקר המקום ועומד על כ-10Hz.



איור 22 – דוגמה למיקום מצלמות סביב זירת ניסוי

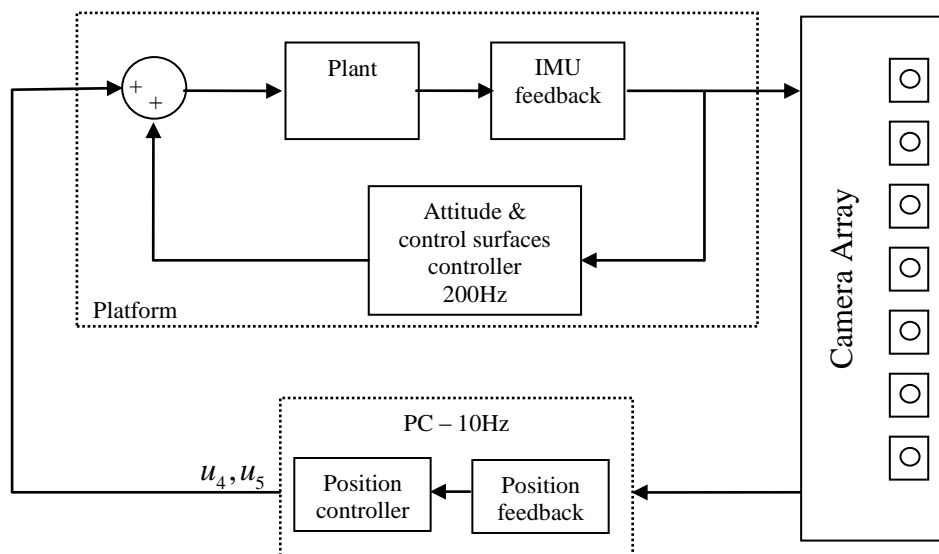
OptiTrack web page



איור 23 – תמונת מסך יישום מבוסס PC

8.4. ארכיטקטורת הבקרה של מערכת הניסוי

במערכת הניסוי שני מקורות המספקים אות משוב לבקר. האחד, מערכת ה-OptiTrack המספקת לבקר אות משוב יחסי למערכת המצלמות (מערכת העולם) והשני, מערך החיישנים הנמצא על-גבי כלי הטיס המספק אות משוב יחסי לכלי הטיס (מערכת הגוף). מבנה זה של מערכת המשוב עודד בניית ארכיטקטורה מבוזרת למערכת הבקרה (איור 24). בארכיטקטורה זו, בקר ייצוב המנח מיושם במערכת המותקנת על כלי הטיס ובקר ייצוב המיקום בכיוונים X ו- Y מיושם כחלק מהיישום המקשר בין מערכת העקיבה לכלי הטיס ומפיק את אותות הבקרה u_4 ו- u_5 . בניית מערכת הבקרה באופן זה חוסך את הצורך לבצע התמרות סיבוב בין מערכת הגוף לבין מערכת העולם ומאפשר יישום בקר פשוט הפועל בקצב עדכון גבוה (200Hz) לייצוב המנח בהתאם לדרישות הנובעות מהדינאמיקה של כלי הטיס גם עם כוח העיבוד והמהירות המוגבלים במערכת הבקרה המותקנת על כלי הטיס.



איור 24 – ארכיטקטורת הבקרה במערכת הניסוי

8.5. אפיון מערכת הניסוי – זיהוי פרמטרים באמצעות מדידה

מטרת ניסויי האפיון היא הערכת הפרמטרים של המערכת (דינאמיים ואחרים) על מנת ליצור התאמה מיטבית בין המודל המשמש לסימולציה ולתכנון הבקר לבין מערכת הניסוי. בנוסף ידיעת הפרמטרים הינה חיונית לתכנון הבקר מבחינת יציבות, דיוק וזמן תגובה [23].

8.5.1. מדידת מטריצת האינרציה ומקדמי הגרר

מדידת האינרציה ומקדמי החיכוך הויסקוזי סביב כל אחד מהצירים מבוססת על השיטה המוצגת על ידי Armstrong et al. ב-[2]. בשיטה זו, המתבססת על ניתוח אנליטי של מטוטלת בזוויות קטנות ומשפט שטיינר (משפט הציר המקביל), משתמשים בנתונים של תדר ומשרעת התנודות של מטוטלת בתצורה מתאימה עם שניים או ארבעה חוטים כפי שמתואר באיור 25. האינרציה נתונה על-ידי –

$$J = \frac{mgr^2}{\omega^2 l} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{mgr^2}{Jl}}$$

כאשר: J – מומנט האינרציה סביב ציר הסיבוב; m – מסת הפלטפורמה; g – תאוצת הכבידה; r – המרחק בין נקודת ריתום כבלי המטוטלת למרכז הכובד; ω – תדר התנודה ברדיאן לשנייה; l – אורך כבלי המטוטלת.

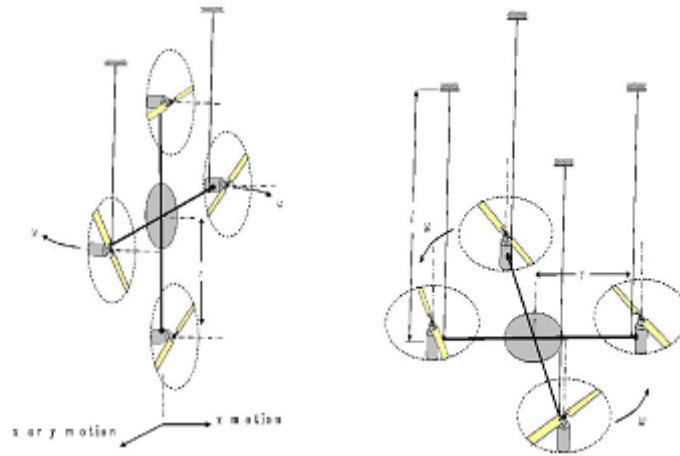
למציאת מקדם הריסון האווירודינאמי k_{af} ניתן להשתמש בביטוי עבור תגובה חופשית של מטוטלת

$$A(t) = A(0)e^{-\lambda\omega t} \cos(\sqrt{1-\lambda^2}\omega t)$$

כאשר λ נתון על-ידי –

$$\lambda = \frac{K_{af}}{2J\omega}$$

להערכת האינרציה מתוך המדידה נחוצים פרמטרים שניתן למדוד אותם בקלות יחסית – המסה של הפלטפורמה, מיקום מרכז הכובד, אורך החוטים של המטוטלת, מרחק הקיבוע של החוטים מציר הסיבוב, וזמן המחזור של תנודות המטוטלת. את זמן המחזור אפשר למדוד באמצעות החיישנים המותקנים על-גבי הפלטפורמה או מערכת המצלמות. שימוש בשיטה זו לזיהוי פרמטרים של quadrotor מודגם על ידי Derafa et al. ב-[9].



איור 25 – תצורת מטוטלת למדידת הפרמטרים של ה-FAR [9]

8.5.2. מערכת המדידה

לצורך מדידת הפרמטרים נתלתה הפלטפורמה בזירת הניסויים ובוצע נדנוד שלה סביב כל אחד מהצירים. תנועת המטוטלת נמדדה ונרשמה באמצעות מערכת המצלמות. נתוני מערכת המדידה מוצגים בטבלה 4.

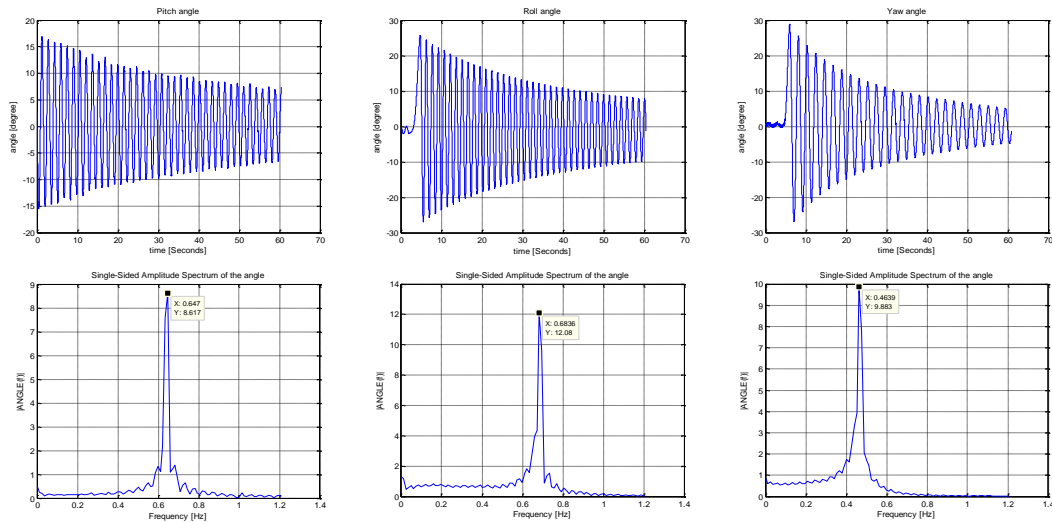
טבלה 4 – נתוני מערכת המדידה

מסת הפלטפורמה	m	0.910 ק"ג
המרחק בין נקודת ריתום כבלי המטוטלת למרכז הכובד	r	0.395 מ'
אורך כבלי המטוטלת	l	1.93 מ'

עבור כל מדידה בוצע FFT חד צדדי על מנת לקבל את תדר התנודות. תוצאות המדידה מוצגות באיור 26 ותוצאות חישוב מומנט האינרציה מופיעות בטבלה 5. אף על פי שניתן לבצע הערכה של מקדם הגרר באמצעות שיטות זיהוי מערכת כגון זו המופיעה ב-[10, עמ' 174] לא בוצע חישוב זה מכיוון שבעבודה זו מקדם הגרר מוזנח.

טבלה 5 – תוצאות חישוב מומנט אינרציה

ציר	ω [rad / sec]	J [kg · m ²]
סבסוב (yaw – about z)	2.91	3.354
גלגול (roll – about y)	4.30	1.724
עלרוד (pitch – about x)	4.07	1.724



איור 26 – תוצאות המדידה באמצעות מטוטלת

8.5.3. מדידת הפרמטרים של יחידת ההנעה

יחידת ההנעה בודדת כוללת רוטור, מנוע ויחידת בקרה אלקטרונית. באפיון המודל של יחידת ההנעה אנו מתעניינים בקשר הסטטי והדינאמי בין אות הפיקוד העובר ליחידת הבקרה האלקטרונית לבין מהירות סיבוב הרוטור ולדחף המופק מיחידת ההנעה. זיהוי הפרמטרים מבוסס על המודלים המקשרים בין שלושת הגדלים הללו ומתוארים בפרק 3. הביטוי המקשר בין המהירות הזוויתית של הרוטור לדחף נתון במשוואה (19) $f_i = b\omega_i^2$ המלמדת על קשר ריבועי בין מהירות הסיבוב לדחף וניתן באמצעות מדידה להפיק גרף המתאר את הקשר הזה. את נתוני המדידה ניתן להתאים לפונקציה ולקבל את הערך של הקבוע האווירודינאמי b . את הפרמטרים הדינאמיים של מערכת ההנעה ניתן למדוד על ידי הכנסת אות מדרגה ליחידת הבקרה האלקטרונית ומדידת התגובה לכניסת מדרגה.

יחידת ההנעה כוללת מנוע זרם ישר נטול מברשות (brushless DC – BLDC) דגם AX 2306N בקר מהירות אלקטרוני (Electronic Speed Control – ESC) 1300kv brushless Micro Motor, דגם Mystery 12A Brushless Speed Controller (Blue Series) ומדחף בגודל $4" \times 8"$. אות הפיקוד לבקר המהירות האלקטרוני הוא מטיפוס PWM המקובל בבקרת מנועי סרוו לטיסנים, תדר האות 50Hz ורוחב הפולס הנושא את המידע הוא בתחום 1-2mSec (duty cycle 0.5%-1%).

למדידת הפרמטרים נבנה מתקן אפיון המוצג באיור 27. מתקן האפיון מאפשר מלבד מדידת הכוח את מדידת המתח והזרם ומכאן את ההספק המסופק למנוע. מתקן האפיון מבוסס על מערכת מדידה מתוצרת Medusa Research הכוללת Thrust cell למדידת הכוח ו-Power analyzer למדידת ההספק החשמלי.

כלי הטיס חובר למערכת המדידה באופן שיאפשר תנועת נדנדה סביב הקורה הקבועה לשולחן במהלך המדידה הופעל המנוע הממוקם בקצה הקורה הנגדי למנוע המונח על גבי ה-Thrust cell. שולחן המדידה הוא בגובה של כ-0.9 מ' מעל פני רצפת המעבדה – פי תשע מאורך להב מדחף, מרחק שנועד להבטיח שהרוטור נמצא מחוץ לאפקט הקרקע. המהירות הזוויתית של הרוטור נמדדה באמצעות טכומטר אופטי. תוצאות המדידה מוצגות בטבלה 6.

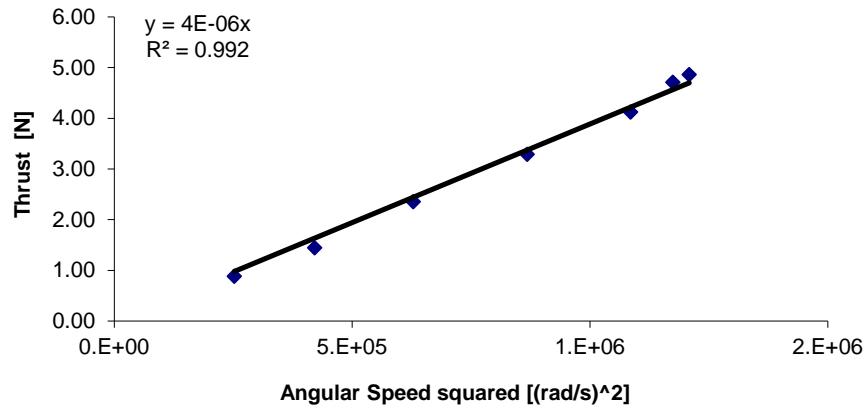


איור 27 – מתקן למדידת אופיין יחידת ההנעה

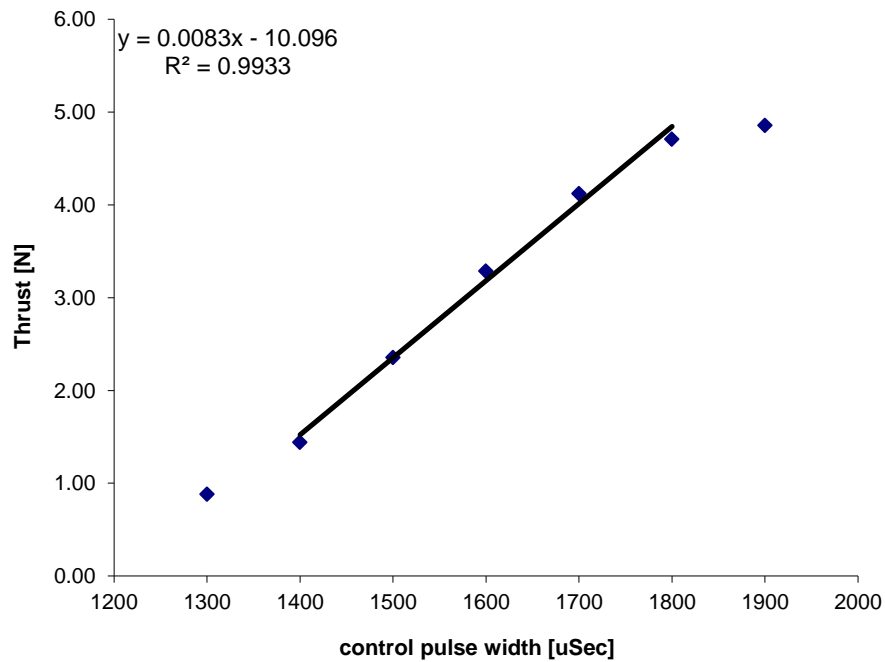
איור 28 מציג, על גבי גרף, את הקשר בין הדחף למהירות הזוויתית בריבוע יחד עם התאמה לקו ישר ($R^2 = 0.992$). מתוך ההתאמה לישר ניתן להעריך את ערך הקבוע האוירודינאמי $b = 4 \cdot 10^{-6} \left[N \cdot (rad / sec)^{-2} \right]$. איור 29 מציג את הקשר (הליניארי) בין הדחף לאות הפיקוד בתחום העבודה הרלוונטי, נתון החיוני למימוש המעשי של מערכת הבקרה. כמו-כן בעזרת איור 29 ניתן לאפיין את המודל הסטאטי הלא ליניארי של יחידת ההנעה שמאופיין ברוויה.

טבלה 6 – תוצאות מדידת אופיין יחידת הנעה

פיקוד [uSec]	דחף [g]	כוח [N]	סל"ד	rad/s	(rad/s)^2	מתח [V]	זרם [A]	הספק [W]
1300	90	0.88	4800	503	252662	12.28	0.83	10.19
1400	147	1.44	6200	649	421542	12.16	1.67	20.31
1500	240	2.35	7575	793	629249	12.00	2.80	33.59
1600	335	3.29	8900	932	868635	11.70	4.40	51.48
1700	420	4.12	9950	1042	1085684	11.40	7.00	79.80
1800	480	4.71	10350	1084	1174730	11.20	8.16	91.39
1900	495	4.86	10500	1100	1209027	11.55	8.50	98.18



איור 28 – הקשר בין המהירות הזוויתית בריבוע לבין הדחף



איור 29 – הקשר בין אות הפיקוד למנוע לבין הדחף

8.5.4. סיכום זיהוי הפרמטרים של מערכת הניסוי

סיכום תוצאות זיהוי הפרמטרים של כלי הטיס מוצגות בטבלה 7 להלן.

טבלה 7 – סיכום הפרמטרים של כלי הטיס

0.910kg	m	מסת הפלטפורמה כולל סוללה 11.1V 1500mAh
$\begin{pmatrix} 3.354 & 0 & 0 \\ 0 & 1.724 & 0 \\ 0 & 0 & 1.724 \end{pmatrix} kg \cdot m^2$	I_f	מטריצת האינרציה של ה-FAR
$4 \cdot 10^{-6} N \cdot (rad / sec)^{-2}$	b	מקדם אווירודינאמי – יחס הדחף למהירות הרוטור בריבוע
$0.083 N / \mu Sec - 10.096$	T/C	המרה הנדסית – הקשר בין אות הפיקוד ל-ESC לבין הדחף
4.86N	T_{max}	דחף מרבי של יחידת הנעה אחת
8.9271N	$T_{nominal}$	דחף נומינלי בטיסה (כלל יחידות ההנעה)
98.18W	P_{max}	הספק חשמלי נצרך בדחף מרבי
131.8W	$P_{nominal}$	הספק חשמלי נומינלי בזמן טיסה
$\square 7.5 min$		זמן טיסה מרבי לתצורה זו

8.6. תוצאות ניסויים

עבור הניסויים המתוארים להלן הורכב כלי הטיס בתצורה היברידית המשלבת בין FAR לבין quadrotor. משטחי ההיגוי הותקנו רק על הקורה שלאורך ציר x של כלי הטיס. זאת כך שבתנועה זוויתית סביב ציר x (גלגול) ובתנועה קווית לאורך ציר y כלי הטיס התנהג כפלטפורמה מסוג FAR ובתנועה סביב ציר y (עלרוד) ובתנועה קווית לאורך ציר x כלי הטיס התנהג כפלטפורמה מסוג quadrotor. הצדקה לכך נמצאה בתיאור המודל (המקורב) ובסימולציות המלמדים כי תת המערכות של זוויות הגלגול והעלרוד אינן מצומדות. התייחסות דומה, המפרידה את העלרוד והגלגול ב-quadrotor לשתי מערכות דינאמיות בלתי תלויות, מופיעה ב-[7]. התצורה ההיברידית של כלי הטיס מאפשרת ביצוע ניסויים השוואתיים בין הדינאמיקה של ה-FAR לדינאמיקה של ה-quadrotor תוך שמירה על תנאי ניסוי דומים ככל האפשר.

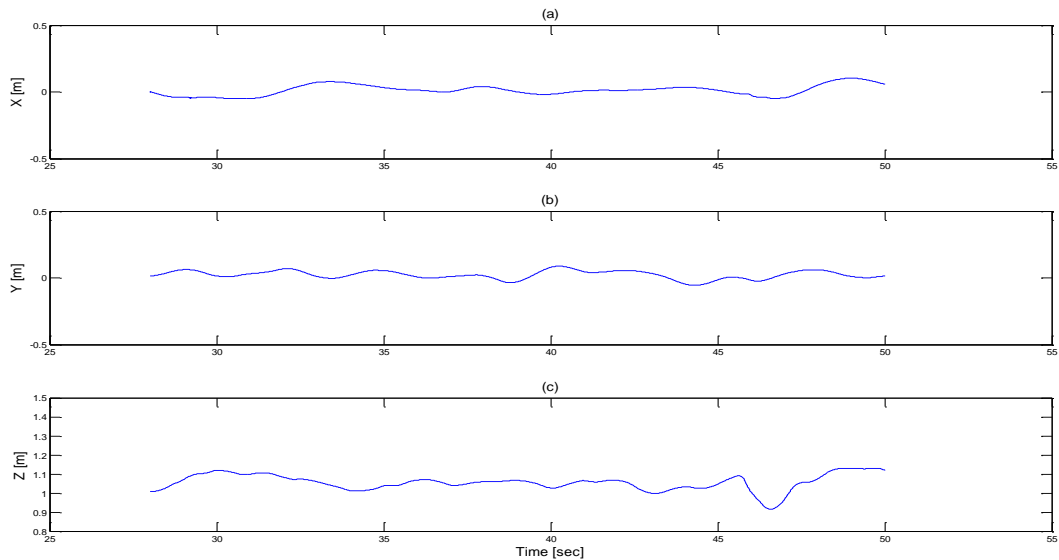
בקרת המקום לאורך ציר x בוצעה באמצעות בקר מסוג back-stepping הקובע את נקודת ההתכנסות של זווית ההטיה θ של כלי הטיס באופן פרופורציוני למרחק מהנש"מ כך ש:

$$\theta = k_\theta x + b_\theta \dot{x} \quad (54)$$

ברור שעבור תצורה זו כניסת הבקרה $u_3 = 0$. בקרת שאר דרגות החופש בוצעה כמתואר בפרק הבקרה עבור FAR למעט העובדה שנקודת ההתכנסות של הזווית θ נקבעה באופן המתואר ב-(54). כלי הטיס הוצב בזירת הניסוי כך שבשיווי משקל מערכת הצירים של כלי הטיס מקבילה למערכת הצירים של זירת הניסוי.

8.6.1. ייצוב מקום

מטרת ניסוי זה לאפיין את התנהגות המערכת כאשר היא נמצאת סביב הנש"מ וללא הפרעות יזומות. תוצאות ניסוי זה יכולות לשמש כנקודת ייחוס לניתוח התוצאות בניסויים אחרים. ניסוי זה מדגים את הביצועים של מערכת הניסוי מבחינת שמירת מקום קבוע במרחב. לאחר המראה מהנקודה המרחבית $(0 \ 0 \ 0)^T$ כלי הטיס מתייצב לנקודה המרחבית $(0 \ 0 \ 1)^T$ ושוהה בה.



איור 30 – תוצאות ניסוי ייצוב מקום

איור 30 מציג את קורדינאטות מיקום כלי הטיס במערכת העולם (זירת הניסוי) לאורך פרק זמן של כ-20 שניות. מערכת הבקרה שומרת על מיקום כלי הטיס בנקודה המרחבית $(0, 0, 1)$, כלומר מרחף בגובה מטר. בטבלה 8 ניתן לראות את הערך הממוצע, הערך המרבי והערך המזערי עבור כל קואורדינאטה במידע המוצג באיור. התוצאות מראות שגיאת מקום ממוצעת של $r_{err} < 0.09m$. זהו ריחוף תוך שמירה על מיקום בדיוק סביר לכלי טיס מסוג זה.

טבלה 8 – סיכום תוצאות ניסוי ייצוב מקום

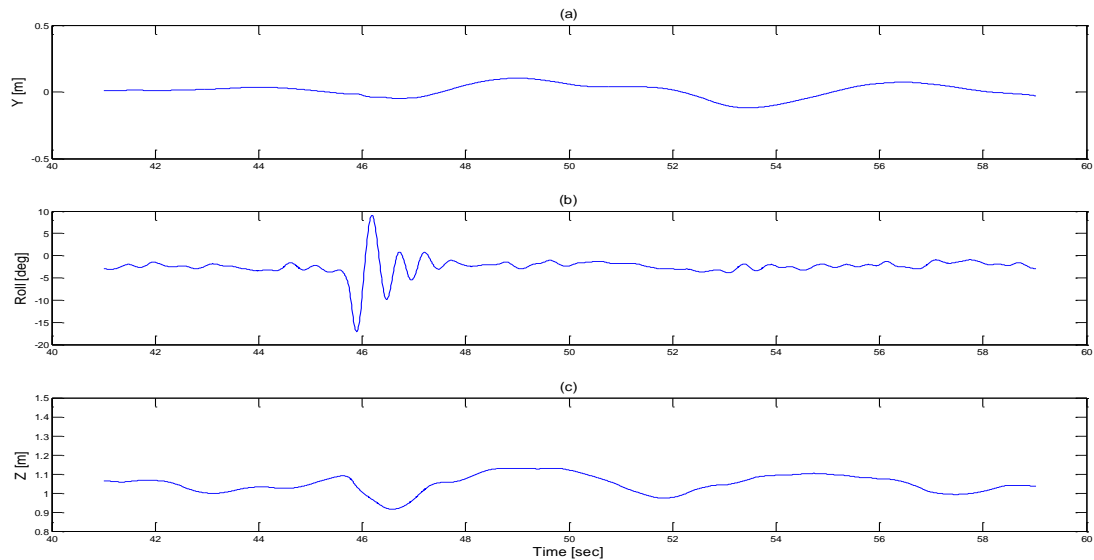
	x	y	z	$r_{err} = \sqrt{x^2 + y^2 + (z-1)^2}$
mean	0.0130	0.0234	1.0557	0.0843
min	-0.0510	-0.0558	0.9156	0.0177
max	0.1036	0.0882	1.1308	0.1667

8.6.2. הפרעה בזווית הגלגול – השפעת משטחי היגוי

מטרת הניסוי היא השוואה בין התגובה להפרעה בגלגול בין כלי טיס עם משטחי היגוי לבין כלי טיס ללא משטחי היגוי. בניסוי זה הופרע (perturbed) כלי הטיס באמצעות מכה לאחת מהקורות באופן שגרם לגלגול. סימולציה המדמה את הניסוי תוארה בסעיף 7.2.5.

מכיוון שבאמצעים פשוטים לא ניתן לגרום להכנסת מומנט גלגול טהור באופן זה, ישנה השפעה מסוימת אם כי לא משמעותית גם בדרגות החופש האחרות. אופן ביצוע ההפרעה מוצג באיור 32.

באיור 31 מוצגים זווית הגלגול, ומיקום הכלי על מישור yz בו בוצעה ההפרעה. ניתן לראות כי למרות שבעקבות ההפרעה כלי הטיס מגיע לזווית של כ-17 מעלות (איור 31 (b)) לא ניכר שינוי במיקום על ציר y (איור 31 (a)) ובכיוון z (איור 31 (c)). אף כי התוצאות אינן מוצגות בגרף, כצפוי מניסוח המודל לא ניכרת תנועה גם בכיוון ציר x .

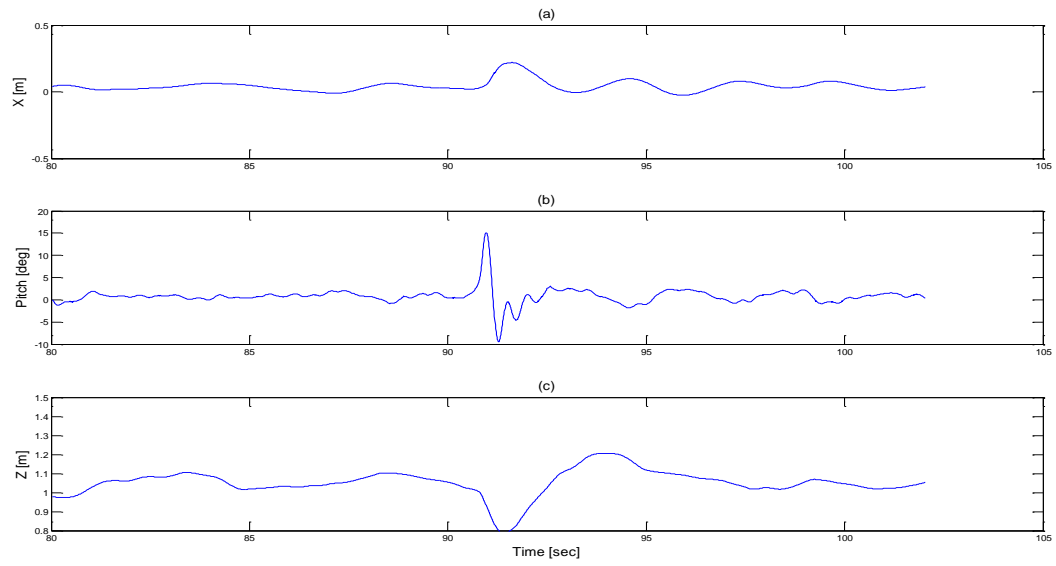


איור 31 – תגובה להפרעה עם משטחי היגוי



איור 32 – הכנסת הפרעה (perturbation) בזווית הגלגול

באיור 33 מוצגות תוצאות ניסוי דומה שבוצע על מישור xz סביב ציר y של כלי הטיס (על ציר זה לא מותקנים משטחי היגוי). בניסוי זה רואים שאף על פי שההפרעה גרמה לשינוי קטן יותר בזווית (איור 33 (b)) בהשוואה לניסוי הקודם, נגרמה תנועה גם בכיוון ציר x (איור 33 (a)) ונגרמה גם הפרעה בגובה (איור 33 (c)). גם בניסוי זה אין תנועה בציר הצולב y . ניתן גם להבחין כי התכנסות זווית הגלגול מתרחשת לאורך מסלול התואם את הסטייה במקום בציר x כצפוי מאופן פעולת בקר המיקום לאורך ציר זה.

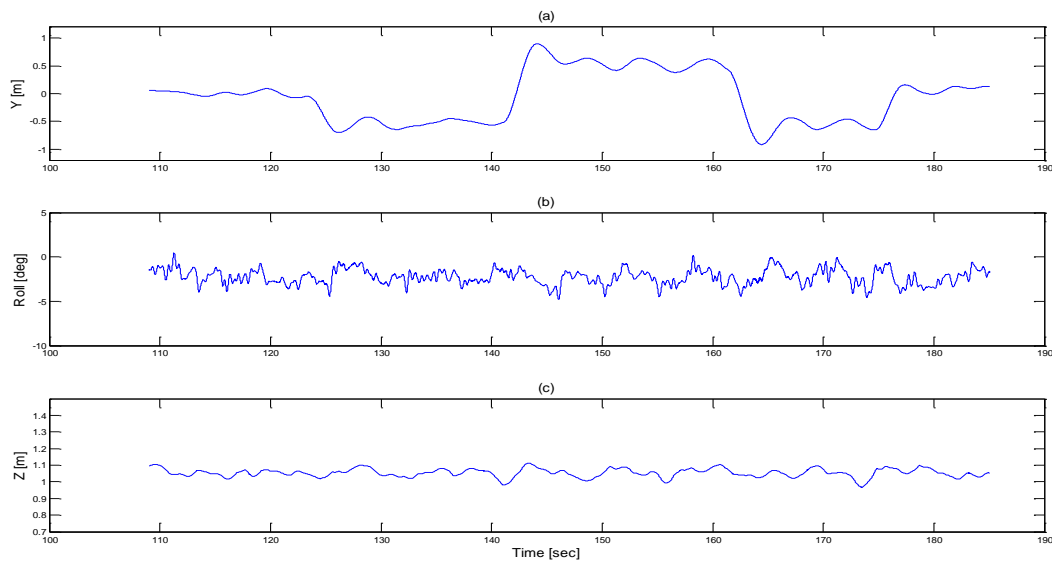


איור 33 – תגובה להפרעה ללא משטחי היגוי

המסקנה העולה מניסוי זה היא כי באמצעות משטחי ההיגוי ניתן לשמור על מיקום גם תחת הפרעות בזווית.

8.6.3. שמירת גובה וזווית גלגול בתמרון של שינוי מדרגה במיקום

מטרת ניסוי זה היא לבחון את הדינאמיקה של ה-FAR בעת ייצוב המקום באמצעות משטחי ההיגוי. בניסוי זה לאחר שכלי הטיס התייצב הוסט יעד ההתכנסות בציר y (הצידה) במטר אחד. סימולציה המדמה את ניסוי זה הוצגה בסעיף 7.2.1 בו ניתנו למערכת תנאי התחלה שונים מאפס מבחינת מקום. תוצאות הניסוי מוצגות באיור 34. ניתן לראות כי התנועה לאורך ציר זה בוצעה ללא גלגול (איור 34 (b)) וכן כי גם בעת תמרון חריף בעזרת משטחי ההיגוי הבקר שפותח מבצע פיצוי מתאים ולא נוצרת הפרעה בגובה הטיסה (איור 34 (c)).

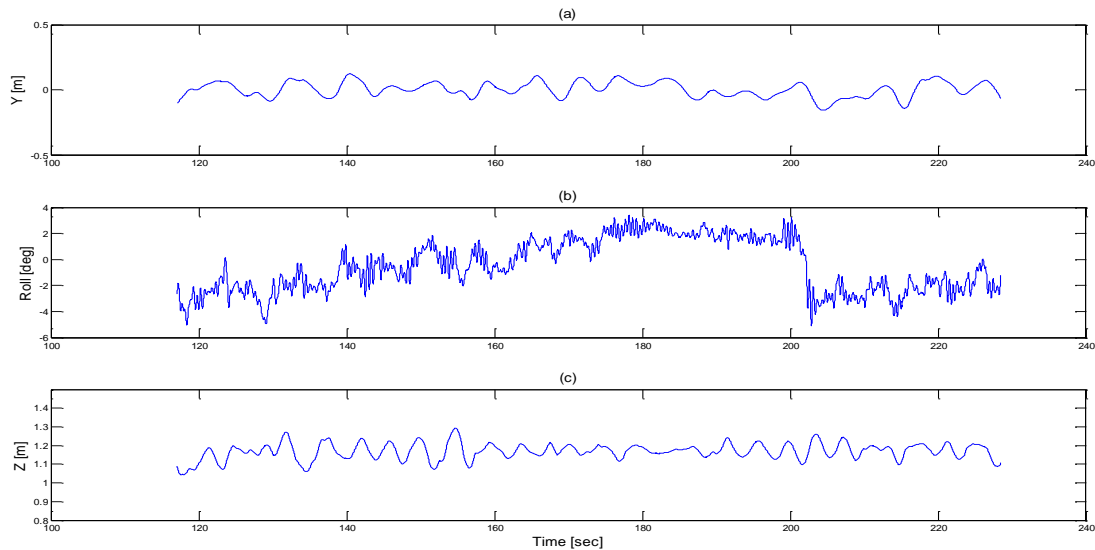


איור 34 – שינוי מדרגה בנקודת ההתכנסות של המקום

8.6.4. ייצוב מקום במהלך תמרון גלגול

מטרת הניסוי להדגים את התמודדות המערכת מבחינת ייצוב המקום בעת ביצוע תמרון המשנה את הזווית המרחבית של ה-FAR. הניסוי מציג שמירה על מיקום כאשר כלי הטיס אינו אופקי. ניסוי זה מדגים תמרון בו ה-FAR מבצע גלגול ונשאר בזווית גלגול קבועה שונה מאפס, תוצאות הניסוי מוצגות באיור 35. הניסוי מבוצע על ידי הכנסת שינוי בנקודת ההתכנסות של זווית הגלגול. הניסוי מתחיל כאשר כלי הטיס במצב יציב אופקי, מתבצע שינוי (באופן ידני, מתוך ישום הבקרה ב-PC) בנקודת ההתכנסות של הזווית בקצב של $0.1^\circ/\text{sec}$ במשך 60 שניות שבתומן, נקודת ההתכנסות של הזווית נשארת קבועה במשך 20 שניות. לאחר מכן, מבוצע שינוי חד (מדרגה) בנקודת ההתכנסות (איור 35 (b)). במהלך ביצוע התמרון לא ניכר שינוי במקום של ה-FAR וכלי הטיס שומר על המיקום המרחבי תוך כדי תמרונים איטיים וחריפים של המנה ואינה ניכרת פגיעה ביכולת הייצוב של המקום בצירים y ו- z לאורך התמרון (איור 35 (a), (c)).

ניסוי זה מדגים היטב כי ב-FAR ניתן לשלוט בזווית המרחבית (בתחום מסוים) באופן בלתי תלוי במיקום המרחבי. תכונה זו עומדת בבסיס התכנון של הבקר כפי שמתואר בפרק 5 והודגם באמצעות הסימולציה בפרק 7 בסעיף 7.2.2.



איור 35 – ייצוב מקום במהלך תמרון גלגול

8.7. סיכום פרק הניסויים

פרק זה פירט את מבנה מערכת הניסוי והמכלולים שלה, הציג שיטה לזיהוי הפרמטרים של המערכת ואת התוצאות המתקבלות משימוש בשיטה זו וכן מגוון ניסויים ותוצאותיהם שנערכו בעזרת מערכת הניסוי. התוצאות מפרק זיהוי הפרמטרים הוזנו לסימולציה נומרית של מודל ה-FAR ותוצאות הסימולציה שימשו תשתית לכיול הפרמטרים של מערכת הניסוי. סיכום תוצאות זיהוי הפרמטרים של כלי הטיס מוצגות בטבלה 7. תוצאות הניסויים מאמתות את הניתוח האנליטי שהוצג, דומות לתוצאות הסימולציה ואף מאשרות כי המערכת עם הבקר שפותח יציבה בתחום התנאים בו בוצעו ניסויי הטיסה.

במהלך הניסויים הודגמה באמצעות ה-FAR שמירה על מיקום כאשר שגיאת המיקום הממוצעת $r_{err} < 0.09m$, תוצאה זו סבירה לכלי טיס מסוג זה בהתחשב בקצב העדכון של מערכת בקרת המיקום ($10Hz$) שהוא קצב נמוך יחסית. בניסויים ששילבו שינוי במנח, נצפו מהירויות זוויתיות של עד $100^\circ/sec$ וזמן התכנסות מהיר הקטן מ-1 שנייה עם תנודתיות מעטה. מכאן עולה שקצב הפעולה של בקר המנח ($200Hz$) הוא מספיק על מנת לבקר היטב את הדינאמיקה המהירה של המנח. יש לציין כי ייתכן וניתן לבצע אופטימיזציה של מקדמי מערכת הבקרה ולקבל תגובה קשיחה יותר או חלקה יותר של מערכת הבקרה.

מודל הרוויה של מערכות דחף המנוע וזווית ההטיה של משטחי ההיגוי שהוצג בפרק הסימולציה אינו רציף וחוסם את הדחף או את הזווית באופן חד. במערכת הניסוי הרוויה של הדחף היא רציפה וכך גם הרוויה של הזווית האווירודינאמית של הכנפון, אלא שלכנפון יש גם מגבלה מכאנית הנובעת מהמבנה של המפעיל (אקטואטור) שהיא כמובן אינה רציפה. במהלך הניסויים התברר כי המגבלה המכאנית קרובה או אף קטנה מהזווית האווירודינאמית המרבית המעשית. זאת ניתן להסיק מתוצאות ניסוי ההפרעה בזווית הגלגול בסעיף 8.6.2 המלמדות על הפעלה מלאה של המנח מהמיקום בזוויות הטיה הגדולות מ- 15° . בשל המגבלה של המפעיל המכאני קשה להפריד בין תופעות הנובעות מזווית הרוויה האווירודינאמית לאלו הנגרמות מסוף המהלך של המפעיל. המסקנה הנובעת מכך היא שזווית ההטיה המרבית האפשרית היא

גדולה מזו ששוערה בפרק הסימולציה אך דרוש שינוי מבנה על מנת לקבוע במדויק את גבולות מעטפת הביצועים.

9. סיכום ומסקנות

בעבודה זו פותח כלי טיס בעל כנפיים סובבות עם תכונת ההפעלה המלאה שלא קיימת בכלי טיס דומים. פותח מודל דינאמי מלא לכלי הטיס, בוצע פישוט של המודל המלא באמצעות קירובים והנחות ופותחה מערכת בקרה על בסיס המודל המפושט תוך שימוש בשיטות של ליניאריזציה. היציבות של כלי הטיס עם מערכת הבקרה נחקרה והוכחה יציבות סביב נקודת שיווי משקל רצויה. לצורך בדיקה של התאמת מערכת הבקרה למודל המלא פותח סימולטור ממוחשב של כלי הטיס המדמה את התכונות הלא ליניאריות במודל הגוף הקשיח ואפקטים לא ליניאריים מסוג רוויה שלא נכללו במודל המפושט שעל בסיסו פותחה מערכת הבקרה. בעזרת הסימולטור בוצעו סימולציות נומריות שתוצאותיהן מלמדות על יציבות המערכת בתחום רחב של תנאי טיסה על אף השפעת האפקטים שלא נכללו במודל. בנוסף, פותחה מערכת ניסוי מקיפה הכוללת כלי טיס ובוצעו ניסויי טיסה במגוון תנאים המראים את ההיתכנות של כלי טיס מסוג זה.

המסקנה העיקרית העולה מעבודה זו היא כי אפשר לבנות כלי טיס שהוא מופעל מלא (fully actuated) בתחום זוויות מנח שהוא רחב מספיק על מנת שיהיה לו יתרון תפעולי על פני כלי טיס אחרים.

לכלי טיס מסוג זה יש יתרון בדחיית הפרעות במנח תוך כדי שמירה על מיקום בהשוואה לכלי טיס מרחפים אחרים. למבנה שהוצג יתרונות אפשריים נוספים הנובעים מתוספת המומנט הזמין לסבסוב. ניתן לדוגמה לבנות כלי טיס ארוך המאפשר הרחקת זרם האוויר של הרוטורים מהפרעות הגוף ובכך להגדיל את נצילות הרוטורים. מאותה הסיבה ניתן לשפר את הבטיחות של כלי הטיס באמצעות שימוש ברוטורים קטנים יותר או ברוטורים מחופים שהמומנט הריאקטיבי שהם מייצרים קטן. בנוסף למבנה שהוצג יש יתרון על פני quadrotor המתבטא בריסון פאסיבי של תנועה קווית באוויר שקט. זאת בזכות הגרר שמשטחי ההיגוי מוסיפים.

העבודה מותירה כר נרחב לחקר מבנה ה-FAR ומערכת הבקרה שלו. נפרט להלן כמה הצעות לעבודות המשך אפשריות בתחום הבקרה הנוגעות למבנה הייחודי של ה-FAR: מערכת בקרה שיועצת לנצל את הטיית כלי הטיס לתנועה קווית מהירה או לפיצוי על הפרעות גדולות במיקום; מערכת בקרה שתשתמש במומנטים שהוזנחו או נוטרלו בעבודה זו להשגת יכולת תמרון נרחבת אף יותר או לפיתוח יכולת להתגבר על כשלים במפעילים השונים; שילוב פיצוי אדפטיבי לרוויה של מפעילי זווית ההטיה באות בקרת הסבסוב (u_6) באמצעות שינוי מקדמי הבקר של הכנפונים שאינם ברוויה.

נושאים אחרים הקשורים לבקרה וראוי שיחקרו בעתיד הם: שימוש ישיר במדידות חיישני התאוצה שעל כלי הטיס לחישוב אות הבקרה של זווית ההטיה; עקיבה אחרי מסלול וטיפול בנושא הבקרה תוך שימוש בכלים של בקרה בדידה במקרים בהם הדבר נחוץ.

נושאים בתחום המבנה והאווירודינמיקה המחייבים מחקר המשך הם: תכנון אווירומכאני אופטימלי של הגדלים הפיסיים השונים במבנה כגון, בחירת אורך הקורות, גודל ופסיעת הרוטורים וממדי ומבנה משטחי ההיגוי. נושא חשוב נוסף הוא ניצול המבנה להשגת יעילות אווירודינאמית בטיסה מהירה. לדוגמה הגדלת משטחי ההיגוי כך שיכסו את כל אורך הקורות ושימוש בהם ככנף להפקת עילוי. בדרך זו ייתכן

וניתן יהיה לשלב ב-FAR תכונות של כלי טיס בעל כנף קבועה. כמובן שתכנון בקרה למעבר בין מצבי הטיסה השונים הוא נושא נרחב בפני עצמו.

ביבליוגרפיה

- [1] I.H. Abbott and A.E. Von Doenhoff .*Theory of wing sections: including a summary of airfoil data*. Dover Pubns, 1959.
- [2] B. Armstrong, O. Khatib, and J. Burdick. The explicit dynamic model and inertial parameters of the puma 560 arm. In *Robotics and Automation. Proceedings. 1986 IEEE International Conference on*, volume 3, pages 510–518. IEEE, 1986.
- [3] Samir Bouabdallah. *Design and Control of Quadrotors with Application to Autonomous Flying*. PhD thesis, Lausanne Polytechnic University, 2007.
- [4] Samir Bouabdallah and Roland Siegwart. Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor. *International Conference on Robotics and Automation Barcelona, Spain*, 2005.
- [5] S. Bouabdallah, A. Noth, and R. Siegwart. PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor. In *Intelligent Robots and Systems, Sendai (Japan)*, October 2004.
- [6] P.J. Bristeau, P. Martin, E. Salaün, and N. Petit. The role of propeller aerodynamics in the model of a quadrotor uav. In *European Control Conference*, 2009.
- [7] P. Castillo, R. Lozano, and A. Dzul. Stabilization of a mini rotorcraft with four rotors. *IEEE control systems magazine*, 25(6):45–55, 2005.
- [8] C. Coza and C.J.B. Macnab. A new robust adaptive-fuzzy control method applied to quadrotor helicopter stabilization. In *Annual meeting of the North American Fuzzy Information Processing Society. NAFIPS 2006.*, pages 454 –458, june 2006.
- [9] L. Derafa, T. Madani, and A. Benallegue. Dynamic modelling and experimental identification of four rotors helicopter parameters. In *IEEE International Conference on Industrial Technology. ICIT 2006.*, pages 1834–1839. IEEE, 2006.
- [10] G.F. Franklin, J.D. Powell, A. Emami-Naeini, and J.D. Powell. *Feedback control of dynamic systems*, volume 2. Addison-Wesley Reading, MA, 1994.
- [11] T. Hamel and R. Mahony. Attitude estimation on so[3] based on direct inertial measurements. In *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006.*, pages 2170 –2175, may 2006.
- [12] T. Hamel, R. Mahony, R. Lozano, and J. Ostrowski. Dynamic modelling and configuration stabilization for an x4-flyer. *a a*, 1(2):3, 2002.

- [13] WT Higgins. A comparison of complementary and kalman filtering. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, (3):321–325, 1975.
- [14] G.M. Hoffmann, H. Huang, S.L. Waslander, and C.J. Tomlin. Quadrotor helicopter flight dynamics and control: Theory and experiment. In *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, volume 4, page 44, 2007.
- [15] G.M. Hoffmann, S.L. Waslander, and C.J. Tomlin. Quadrotor helicopter trajectory tracking control. In *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, Honolulu, Hawaii*, pages 1–14, 2008.
- [16] R.E. Kalman et al. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of basic Engineering*, 82(1):35–45, 1960.
- [17] F. Kendoul, D. Lara, I. Fantoni-Coichot, and R. Lozano. Real-time nonlinear embedded control for an autonomous quadrotor helicopter. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 30(4):1049, 2007.
- [18] T. Lee, M. Leok, and N.H. McClamroch. Control of complex maneuvers for a quadrotor uav using geometric methods on SE(3). *Arxiv preprint arXiv:1003.2005*, 2010.
- [19] R. Mahony, S.H. Cha, and T. Hamel. A coupled estimation and control analysis for attitude stabilisation of mini aerial vehicles. In *Proceedings of the Australasian Conference on Robotics and Automation, Auckland, New Zealand*, 2006.
- [20] R. Mahony, T. Hamel, and J.-M. Pflimlin. Nonlinear complementary filters on the special orthogonal group. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 53(5):1203 – 1218, june 2008.
- [21] A.A. Mian and W. Daobo. Nonlinear flight control strategy for an underactuated quadrotor aerial robot. In *IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control. ICNSC 2008.*, pages 938–942. IEEE, 2008.
- [22] A.A. Mian and D. Wang. Dynamic modeling and nonlinear control strategy for an underactuated quad rotor rotorcraft. *Journal of Zhejiang University-Science A*, 9(4):539–545, 2008.
- [23] J.C. Morris, M. Van Nieuwstadt, and P. Bendotti. Identification and control of a model helicopter in hover. In *American Control Conference, 1994*, volume 2, pages 1238–1242. IEEE, 1994.
- [24] R.M. Murray, Z. Li, and S.S. Sastry. *A mathematical introduction to robotic manipulation*. CRC, 1994.

- [25] P. Pounds, R. Mahony, J. Gresham, P. Corke, and J. Roberts. Towards dynamically-favourable quad-rotor aerial robots. In *Proceedings of the 2004 Australasian Conference on Robotics & Automation*. Australian Robotics & Automation Association, 2004.
- [26] G.V. Raffo, M.G. Ortega, and F.R. Rubio. Backstepping/nonlinear H_∞ control for path tracking of a quadrotor unmanned aerial vehicle. In *American Control Conference, 2008*, pages 3356–3361, june 2008.
- [27] G.V. Raffo, M.G. Ortega, and F.R. Rubio. An integral predictive/nonlinear control structure for a quadrotor helicopter. *Automatica*, 46(1):29–39, 2010.
- [28] Angelo M. Sabatini. Quaternion-based extended kalman filter for determining orientation by inertial and magnetic sensing. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 53, 2006.
- [29] Q. Wei, WP Dayawansa, and WS Levine. Nonlinear controller for an inverted pendulum having restricted travel. *Automatica*, 31(6):841–850, 1995.
- [30] G. Welch and G. Bishop. An introduction to the kalman filter. *University of North Carolina at Chapel Hill, Chapel Hill, NC*, 7(1), 1995.
- [31] א. בנטולילה, פיתוח סימולטור לכלי טיס לא מאויש, פרויקט הנדסי 71-11, המחלקה להנדסת מכונות, אוניברסיטת בן גוריון בנגב, 2011.

ניתוח לפי שיטת אוילר-לגרנג'

להלן תיאור הניתוח לפי שיטת אוילר-לגרנג'. באמצעות הניתוח התקבלו משוואות התנועה למודל הפשוט ביחס למערכת הצירים האינרציאלית.

הגדרת קואורדינאטות מוכללות ואילוצים:

$$\begin{aligned}
 q &= \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ \theta \end{Bmatrix} \\
 r_1 &= \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} + R \begin{Bmatrix} -a \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x - aC_\theta \\ 0 \\ z + aS_\theta \end{Bmatrix} \\
 r_3 &= \begin{Bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} + R \begin{Bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x + aC_\theta \\ 0 \\ z - aS_\theta \end{Bmatrix} \\
 r_2 &= r_4 = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \tag{55}$$

חישוב היעקוביאן $J_{i\alpha} = \frac{\partial r_i}{\partial q_\alpha}$:

$$\begin{aligned}
 J_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & aS_\theta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & aC_\theta \end{bmatrix} \\
 J_3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -aS_\theta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -aC_\theta \end{bmatrix} \\
 J_2 &= J_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{56}$$

חישוב ביניים – הנגזרת של האילוצים (55) בעזרת היעקוביאן (56) $\dot{r} = J\dot{q}$

$$\dot{r}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & aS_\theta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & aC_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} + aS_\theta\dot{\theta} \\ \dot{y} \\ \dot{z} + aC_\theta\dot{\theta} \end{bmatrix}$$

$$\dot{r}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -aS_\theta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -aC_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} - aS_\theta\dot{\theta} \\ \dot{y} \\ \dot{z} - aC_\theta\dot{\theta} \end{bmatrix}$$

$$\dot{r}_2 = \dot{r}_4 = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}$$

חישוב ביניים – ביטויים עבור $\dot{r}_i^T \dot{r}_i$

$$\begin{aligned} \dot{r}_1^T \dot{r}_1 &= (\dot{x} + aS_\theta\dot{\theta})^2 + \dot{y}^2 + (\dot{z} + aC_\theta\dot{\theta})^2 \\ \dot{r}_3^T \dot{r}_3 &= (\dot{x} - aS_\theta\dot{\theta})^2 + \dot{y}^2 + (\dot{z} - aC_\theta\dot{\theta})^2 \\ \dot{r}_2^T \dot{r}_2 &= \dot{r}_4^T \dot{r}_4 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 \\ \dot{r}_1^T \dot{r}_1 + \dot{r}_2^T \dot{r}_2 + \dot{r}_3^T \dot{r}_3 + \dot{r}_4^T \dot{r}_4 &= \\ &= 4(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + 2a\dot{x}S_\theta\dot{\theta} - 2a\dot{x}S_\theta\dot{\theta} + 2(aS_\theta\dot{\theta})^2 + \\ &\quad 2a\dot{z}C_\theta\dot{\theta} - 2a\dot{z}C_\theta\dot{\theta} + 2(aC_\theta\dot{\theta})^2 \\ &= 4(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + 2a^2(S_\theta^2 + C_\theta^2)\dot{\theta}^2 \\ &= 4(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + 2a^2\dot{\theta}^2 \end{aligned}$$

כתיבת הביטויים לאנרגיה הקינטית T ולאנרגיה הפוטנציאלית V :

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2}m(\dot{r}_1^T \dot{r}_1 + \dot{r}_2^T \dot{r}_2 + \dot{r}_3^T \dot{r}_3 + \dot{r}_4^T \dot{r}_4) = \theta \\ &= \frac{1}{2}m(4(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + 2a^2\dot{\theta}^2) \\ &= m(2(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + a^2\dot{\theta}^2) \\ V &= 4mgz \end{aligned} \tag{57}$$

הצגת הכוחות הלא משמרים במערכת האינרציאלית:

$$\begin{aligned} F_2 &= |f_2| \begin{bmatrix} S_\theta & 0 & C_\theta \end{bmatrix}^T \\ F_4 &= |f_4| \begin{bmatrix} S_\theta & 0 & C_\theta \end{bmatrix}^T \\ F_1 = F_3 &= |f_{1,3}| \begin{bmatrix} S_{\theta+\gamma_1} & 0 & C_{\theta+\gamma_1} \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

חישוב הכוחות המוכללים:

$$\begin{aligned} Q_\alpha &= \sum_i F_i \frac{\partial r_i}{\partial q_\alpha} - \frac{\partial V}{\partial q_\alpha} \\ Q &= J_1^T F_1 + J_2^T F_2 + J_3^T F_3 + J_4^T F_4 - \frac{\partial V}{\partial q_\alpha} = \\ &= \begin{bmatrix} (f_1 + f_3)S_{\theta+\gamma_1} + (f_2 + f_4)S_\theta \\ 0 \\ (f_1 + f_3)C_{\theta+\gamma_1} + (f_2 + f_4)C_\theta - 4mg \\ a(f_2 - f_4) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (58)$$

פיתוח משוואות התנועה בעזרת הביטויים שפותחו ב-(57) וב-(58):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_\alpha} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial q_\alpha} \right) &= Q_\alpha \\ 4m\ddot{x} &= (f_1 + f_3)S_{\theta+\gamma_1} + (f_2 + f_4)S_\theta \\ 4m\ddot{y} &= 0 \\ 4m\ddot{z} &= (f_1 + f_3)C_{\theta+\gamma_1} + (f_2 + f_4)C_\theta - 4mg \\ 2ma^2\ddot{\theta} &= a(f_2 - f_4) \end{aligned} \quad (59)$$

לאחר קבלת משוואות התנועה, הן תוצגנה בצורתן המטריצית במשוואה (60) ובייצוג מרחב המצב במשוואה (61). צורות הצגה אלו חשובות שכן הן מסייעות במעמד ניסוח חוק הבקרה.

$$\begin{aligned} D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) &= Q \\ \begin{bmatrix} 4m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2ma^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} (f_1 + f_3)S_{\theta+\gamma_1} + (f_2 + f_4)S_\theta \\ 0 \\ (f_1 + f_3)C_{\theta+\gamma_1} + (f_2 + f_4)C_\theta - 4mg \\ a(f_2 - f_4) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (60)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \\ \frac{1}{4m}((f_1 + f_3)S_{\theta+\gamma_1} + (f_2 + f_4)S_{\theta}) \\ 0 \\ \frac{1}{4m}((f_1 + f_3)C_{\theta+\gamma_1} + (f_2 + f_4)C_{\theta}) - g \\ \frac{1}{2ma}(f_2 - f_4) \end{pmatrix} \quad (61)$$

other non-linear properties to the model that were not included in the system's mathematical analysis. The numeric simulations were performed with a variety of initial conditions and the results reveal the system's stability in a wide range of flight conditions despite the added non-linear effects.

In the last stage of the research a comprehensive experimental system was developed and a variety of flight tests were carried out demonstrating the feasibility of an aircraft of this kind. The aim of the experiment system is to demonstrate the operation of the controller on a real operational platform; it also provides the ability to perform measurements for identifying aircraft parameters. The experiments enable a comparison of the analytical model simulation and the experimental system and to conduct a comparison between a conventional quadrotor aircraft and FAR. The experiments results also reveal the control system's performance under a variety of disturbances (perturbations) in location and orientation of the aircraft. Further more, the experimental system demonstrates the features differentiating a real system from an ideal or simulated system such as the effect of the actuator properties (dynamics, range), software response time and sampling rate on system performance. The experiments results validate the analysis conducted, the results are similar to the results achieved simulation and confirm that the controller stabilizes the system in the range of configurations in which the flight experiments were performed.

The research results demonstrate that it is feasible to build an aircraft which is fully actuated in a position and orientation range wide enough to have an operational advantage over other aircrafts. The research provides insights into the FAR structure, its technical characteristics and analytical details that need to be taken into account during the design and construction of a fully actuated rotorcraft.

Abstract

This work presents the development of a Fully Actuated Rotorcraft (FAR). The FAR is a four-rotor aircraft, similar in structure to a quadrotor except that the FAR is augmented with control surfaces and actuators in a manner that allows the removal of the characteristic coupling between the degrees of freedom of the quadrotor, thus creating a fully actuated aircraft. At the time this research was conducted no record of a fully actuated hovercraft was found in the literature. A fully actuated helicopter has advantages in dealing with disturbances and in maneuverability over other types of helicopters. The aircraft structure developed in this work, its dynamic model and control system are innovative and unique to this work. The work presents a literature review, model development, development of a control system, simulations and experiments.

The development of the complete dynamic model of the FAR is based on a Newtonian analysis of the rigid body equations together with an aerodynamic model of the rotors and the control surfaces and an electro-mechanical model to describe the dynamics of the propulsion units. The complete dynamic model was simplified, using approximations and assumptions, and afterwards a planar model was constructed by constraining the simplified model to a plane. The planar model served as a tool for having intuitive insight of the non-linear dynamics of the FAR and in formulating a control system by studying the relatively short and simple mathematical expression of the planar model.

The FAR control system was developed in two stages: the first, development of a controller for the simplified planar model using exact feedback linearization techniques; the second, development of a controller for the full spatial model. The design of the controller for the full model development is based on insights gained during the process of developing the control of the planar model. The system equilibrium point was analyzed and a proof of the system stability about the equilibrium point is provided for both stages of the control system development.

A computer simulation was developed for testing the closed loop performance of the control system with the non-linear dynamic model of the FAR. The simulation was used to test the behavior of the non-linear dynamic model of the FAR under the effect of the control loop and to test the closed loop system stability in a range of conditions simulating real world flight. The simulator also provided the opportunity to introduce



**BEN-GURION UNIVERSITY OF THE NEGEV
FACULTY OF ENGINEERING SCIENCES
DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING**

***Design and control of a Fully Actuated
Rotorcraft***

Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the
Requirements for the M.Sc. Degree

By: Avi Manor

Supervisor: Dr. Amir Shapiro

Author:

Date:

Supervisor:

Date:

Chairman of Graduate Studies Committee:

Date:

February 2012



**BEN-GURION UNIVERSITY OF THE NEGEV
FACULTY OF ENGINEERING SCIENCES
DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING**

***Design and control of a Fully Actuated
Rotorcraft***

Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the
Requirements for the M.Sc. Degree

By: Avi Manor

February 2012